



Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior

Influência da Espessura da Capa e da Armadura de Flexão na Resistência ao Cisalhamento das Nervuras de Lajes Lisas

TESE DE DOUTORADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Tese orientada pelo Professor Dr. Dênio Ramam Carvalho de
Oliveira

Belém – Pará – Brasil
22 de março de 2024

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior

**Influência da Espessura da Capa e da Armadura de Flexão na
Resistência ao Cisalhamento das Nervuras de Lajes Lisas**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém
22 de março de 2024

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior.

TÍTULO: Influência da Espessura da Capa e da Armadura de Flexão na Resistência ao Cisalhamento das Nervuras de Lajes Lisas.

GRAU: Doutor

ANO: 2024

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta qualificação de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa qualificação de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior.
Av. Rômulo Maiorana, nº 1153, apto 07. Marco.
66.093-005 Belém – PA – Brasil.

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

S237i Santos Junior, Paulo Sérgio Mota dos.

Influência da Espessura da Capa e da Armadura de Flexão na Resistência ao Cisalhamento das Nervuras de Lajes Lisas / Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior. — 2024.

220 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2024.

1. Concreto armado. 2. Lajes nervuradas. 3. Espessura da capa de concreto. 4. Armadura de flexão. 5. Análise computacional. I. Título.

CDD 620.136

Paulo Sérgio Mota dos Santos Junior

**Influência da Espessura da Capa e da Armadura de Flexão na
Resistência ao Cisalhamento das Nervuras de Lajes Lisas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Prof.^º Dr.^º Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador
Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr.^º Alcebíades Negrão Macêdo
Examinador Interno
Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr.^º Marcelo de Souza Picanço
Examinador Interno
Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr.^º Ricardo José Carvalho Silva
Examinador Externo
Universidade Estadual Vale do Acaraú– UVA

Prof. Dr.^º Gustavo Henrique Siqueira
Examinador Externo
Universidade Estadual de Campinas– UNICAMP

Belém, 22 de março de 2024.

Dedico este trabalho às pessoas mais importantes da minha vida: A minha esposa, Samara, a minha amada mãe Eliana, as minhas queridas irmãs Paula, Bianca, Bruna, Darci e aos meus amados sobrinhos Emanuel, Marie, Luiza e Mariana, que muito contribuíram ao proporcionarem incontáveis momentos de alegria durante essa caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador professor Dênio Ramam, por toda orientação, apoio, incentivo e confiança depositada a mim ao longo desses anos. Certamente sem ele nada seria possível.

Aos meus amigos professores Paulo Victor, Vitor Hugo, Kássio e Orivaldo, que muito me ajudaram no laboratório em todos os testes experimentais.

A querida Sanny Assis pelo excelente trabalho desenvolvido com muita competência e dedicação na secretaria do Programa de Pós Graduação de Engenharia Civil - PPGEC.

A minha querida mãe Eliana que durante muitos anos se sacrificou para que eu pudesse estudar. As minhas irmãs Paula, Bianca, Bruna, Darci por todo carinho e incentivo ao longo de toda minha trajetória acadêmica.

A minha esposa, Samara, que não mediu esforços para estar comigo no laboratório, não importando o dia e nem a hora.

Ao meu grande amigo/irmão Diodelles que me acompanha nessa jornada desde o ensino médio. Aos meus tios tão queridos, Renilde e Manoel que fazem parte da minha carreira acadêmica desde a época do vestibular, sempre intercedendo por mim em orações. A minha prima/irmã Fernanda Lima pelas conversas e palavras de motivação. Ao professor Pompeu pelos bons conselhos dados durante toda minha jornada acadêmica na graduação, mestrado e doutorado.

A família GAEMA, onde pude compartilhar experiências, trocar conhecimentos e criar vínculos de amizade que levarei para a vida toda. O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CGC: 00.889.834/0001-08), sob o número do processo de bolsa 88887.489871/2020-00.

“Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota”. Madre Teresa de Calcutá

RESUMO

SANTOS JUNIOR, P. S. M. Influência da Espessura da Capa e da Armadura de Flexão na Resistência ao Cisalhamento das Nervuras de Lajes Lisas. Tese de Doutorado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2024.

Este trabalho apresenta um estudo sobre lajes lisas nervuradas de concreto armado, submetidas a carregamento centrado. As variáveis estudadas foram a espessura da capa de concreto e a taxa de armadura de flexão. Foram confeccionadas doze lajes quadradas de 1800 mm x 1800 mm com espessura de 150 mm. As peças foram ensaiadas até à ruptura, avaliando-se o comportamento ao longo da aplicação da carga e seu modo de ruína. Nenhuma das lajes possuiu armadura de cisalhamento nas nervuras. Os resultados obtidos experimentalmente, mostraram que tanto a capa de concreto quanto a taxa de armadura de flexão aumentaram a rigidez e a resistência última das lajes. Sendo os ganhos mais significativos nas lajes com maiores capas e taxas. Os resultados do banco de dados mostraram que todas as normas subestimaram a resistência última das lajes, apresentando valores demasiadamente conservadores. As equações normativas modificadas foram capazes de reduzir o CV do banco de dados em pelo menos 50%. Através da equação proposta neste trabalho, para o dimensionamento ao cisalhamento de lajes nervuradas, foi possível obter um CV de 12%. Sendo, a equação modificada da EC2 ligeiramente mais precisa, apresentando um CV de 11%. Os modelos computacionais foram capazes de prever de forma satisfatória tanto o comportamento quanto as cargas últimas experimentais das lajes, apresentando um CV de 8%.

Palavras-chave: Concreto armado, Lajes nervuradas, Espessura da capa de concreto, Armadura de flexão, Análise computacional.

ABSTRACT

SANTOS JUNIOR, P. S. M. Influence of the Cover Thickness and Longitudinal Reinforcement on the Shear Strength of Flat Slab Ribs. Doctoral Dissertation, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil. 2024.

This work reports a study on reinforced concrete waffle flat slabs under center loading. The study variables were concrete cover thickness and flexural reinforcement ratio. Twelve square slabs 1800 mm wide, 1800 mm long, and 150 mm thick were produced. The specimens were tested to failure to assess their behavior throughout load application and their failure mode. None of the slabs had shear reinforcement in the ribs. The experimental findings showed that both concrete cover thickness and flexural reinforcement ratio increased the stiffness and the ultimate strength of the slabs. The most significant gains were found in the slabs with larger covers and higher ratios. The results of the database showed that all codes had underestimated the ultimate strength of the slabs, as they presented rather conservative values. The modified normative equations were able to reduce the CV of the database by at least 50%. For the shear design of waffle slabs, the equation proposed in this work resulted in a CV of 12%. Therefore, the modified equation of EC2 was slightly more precise, with a CV of 11%. The computational models successfully predicted both the behavior and the experimental ultimate loads of the slabs, with a CV of 8%.

Keywords: Reinforced Concrete, Waffle Slabs, Concrete Cover Thickness, Flexural Reinforcement, Computational Analysis.

SUMÁRIO

CAPÍTULO	PÁGINA
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Visão Geral	1
1.2. Objetivos	2
1.3. Fundamentação e hipótese	3
1.4. Estrutura do Trabalho	4
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1. Sistema Estrutural com Diferentes Tipos de Lajes	6
2.2. Desenvolvimento Histórico	7
2.3. Mecanismo de Ruína	9
2.4. Revisão de trabalhos	10
2.4.1. Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986)	10
2.4.2. Lúcio (1991)	11
2.4.3. Soares (2004)	13
2.4.4. Albuquerque (2009)	15
2.4.5. Branco (2011)	17
2.4.6. Souza (2011)	19
2.4.7. Souza <i>et al.</i> (2014)	20
2.4.8. Al-bayati <i>et al.</i> (2015)	21
2.4.9. Souza <i>et al.</i> (2015)	23
2.4.10. Valivonis <i>et al.</i> (2017)	25
2.5. RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS	29
2.5.1. NBR 6118 (ABNT, 2014)	29
2.5.2. EUROCODE 2 (2004)	31
2.5.3. ACI 318M-14 (2014)	32
3. PROGRAMA EXPERIMENTAL	34
3.1. Apresentação das Lajes	34
3.2. Armadura de Flexão	38
3.2.1. Armadura principal	38

3.2.2.	Armadura secundária	38
3.3.	Caracterização dos Materiais	43
3.3.1.	Concreto	43
3.3.2.	Aço	43
3.4.	Moldagem, Concretagem, Cura e Desforma	43
3.5.	Sistema de Ensaio e Instrumentação	51
3.5.1.	Sistema de ensaio	51
3.5.2.	Deslocamentos verticais	52
3.5.3.	Deformações na armadura de flexão	53
3.5.4.	Deformações no concreto	55
4.	ESTIMATIVAS	56
4.1.	Carga de Ruptura Prevista	56
4.1.1.	Resistência ao cisalhamento e a punção	56
4.1.2.	Resistência à flexão	57
5.	MODELAGEM COMPUTACIONAL	60
5.1.	Software Abaqus	60
5.2.	Especificações de Hardware	60
5.3.	Modelo Constitutivo para o Concreto	60
5.3.1.	Comportamento do concreto submetido à compressão uniaxial	61
5.3.2.	Comportamento do concreto submetido à tração uniaxial	63
5.3.3.	Comportamento do concreto submetido a carregamento biaxial	65
5.3.4.	Degradação da rigidez do material	69
5.3.5.	Critério de plastificação do CDP	71
5.3.6.	Parâmetros do modelo constitutivo <i>concrete damaged plasticity</i>	72
5.4.	Modelo Constitutivo para o Aço	78
5.5.	Modelo Computacional	78
5.6.	Escolha dos parâmetros do CDP e do tipo de malha para calibração do modelo computacional	82
6.	ANÁLISE DO BANCO DE DADOS EXPERIMENTAL	86
6.1.	Análise do Banco de Dados pelas Normas NBR, EC2 e ACI para Lajes Nervuradas	87

6.2.	Proposta de Adaptação das Normas NBR, EC2 e ACI para Lajes Nervuradas	90
7.	PROPOSTA DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DAS LAJES NERVURADAS	95
8.	RESULTADOS, DISCUSSÕES E VALIDAÇÃO DA HIPÓTESE	101
8.1.	Resultados Experimentais	101
8.1.1.	Concreto	101
8.1.2.	Aço	105
8.1.3.	Cargas últimas e modos de ruptura	107
8.1.4.	Deslocamentos verticais	110
8.1.5.	Deformada da laje ao longo do comprimento	113
8.1.6.	Deformações da armadura de flexão	116
8.1.7.	Deformações do concreto	118
8.1.8.	Mapa de fissuração e superfície de ruptura das lajes	119
8.2.	Resultados Computacionais	132
8.2.1.	Cargas últimas e modos de ruptura	132
8.2.2.	Deslocamentos verticais	135
8.2.3.	Deformada da laje ao longo do comprimento	138
8.2.4.	Deformações da armadura de flexão	140
8.2.5.	Deformações do concreto	143
8.2.6.	Deformação no concreto	143
8.2.7.	Deformação na armadura	156
8.3.	Resultados experimentais <i>versus</i> computacionais	161
8.3.1.	Cargas de ruptura	161
8.3.2.	Deslocamentos verticais	165
8.3.3.	Deformada da laje ao longo do comprimento	168
8.3.4.	Deformações da armadura de flexão	171
8.3.5.	Deformações do concreto	173
8.3.6.	Mapa de fissuração das lajes <i>versus</i> panorama de fissuração dos modelos	174
8.4.	Cargas últimas experimentais <i>x</i> computacionais <i>x</i> normativas <i>x</i> proposta	188
9.	CONCLUSÕES	189

LISTA DE TABELAS

TABELA	PÁGINA
Tabela 3.1 – Principais características das lajes organizadas em função da taxa de armadura	37
Tabela 3.2 – Principais características das lajes organizadas em função da espessura da capa	37
Tabela 4.1 - Estimativas de resistência das lajes de acordo com as normas de projeto	56
Tabela 4.2 – Resistência à flexão das lajes.....	59
Tabela 5.1 - Parâmetros do CDP para o concreto e tipologia da malha encontrados na literatura.....	83
Tabela 5.2 - Parâmetros do CDP para o concreto e tipologia da malha utilizados nos modelos	84
Tabela 5.3 - Tipos de elementos finitos utilizados nos modelos computacionais	84
Tabela 6.1 – Critério de avaliação da segurança segundo Collins (2001).....	86
Tabela 6.2 - Estimativas do BD de acordo com as equações normativas.	88
Tabela 6.3 - Aplicação do critério DPC para os dados analisados da NBR, EC2 e ACI. ...	89
Tabela 6.4 - Estimativas do BD de acordo com as equações normativas originais e modificadas.....	92
Tabela 6.5 - Aplicação do critério DPC para os dados analisados da normas originais e modificadas.....	94
Tabela 7.1 – Determinação da tensão cisalhante máxima experimental nas nervuras	96
Tabela 7.2 - Estimativas do BD de acordo com as equações normativas e propostas	98
Tabela 7.3 - Aplicação do critério DPC para os dados analisados normas e proposta.....	100
Tabela 8.1 – Resultados dos ensaios de resistência à compressão	102
Tabela 8.2 – Resultados dos ensaios de resistência à tração	103
Tabela 8.3 – Resultados dos ensaios de módulo de elasticidade	104
Tabela 8.4 – Resultados dos ensaios de módulo de elasticidade do aço	105
Tabela 8.5 – Cargas últimas experimentais das lajes e modos de ruptura.....	107
Tabela 8.6 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes	108
Tabela 8.7 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes	109
Tabela 8.8 – Cargas últimas computacionais das lajes.....	132

Tabela 8.9 – Ganho de carga devido a variação da capa dos modelos.....	133
Tabela 8.10 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura dos modelos.....	134
Tabela 8.11 – Cargas últimas experimentais e computacionais das lajes	161
Tabela 8.12 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes e dos modelos	162
Tabela 8.13 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes e dos modelos	164
Tabela 8.14 – Comparação entre as cargas últimas experimentais, computacionais, normativas e proposta.....	188

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA
Figura 1.1 – Exemplos de lajes nervuradas	1
Figura 2.1 - Diferentes tipos de lajes.....	6
Figura 2.2 - Sistema com lajes nervuradas construídas por Wilkinson em 1854.....	7
Figura 2.3 - Sistemas estruturais nervurados da fábrica de lã de Gatti (esquerda) e do Palazzetto dello Sport, ambos em Roma, Itália.....	8
Figura 2.4 - Empresa de Tabaco em Bologna, Itália.....	8
Figura 2.5 - Formas de caixas corrugadas para execução de lajes nervuradas no Texas em 1953.....	9
Figura 2.6 - Modelo das lajes ensaiadas por Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986)	10
Figura 2.7 - Dimensões das lajes e posicionamento das nervuras (Lúcio, 1991).....	12
Figura 2.8 – Pontos de aplicação de carga nas lajes de Lúcio (1991)	12
Figura 2.9 - Modelo de Soares (2004).....	14
Figura 2.10 - Posicionamento das armaduras de cisalhamento nas nervuras (Soares, 2004)	14
Figura 2.11 - Lajes nervuradas ensaiadas por Albuquerque (2009)	16
Figura 2.12 – Vigas ensaiadas por Branco (2011).....	18
Figura 2.13 - Lajes ensaiadas por Souza (2011).....	20
Figura 2.14 – Características das lajes ensaiadas por Souza (2014)	21
Figura 2.15 – Lajes ensaiadas por Al-Bayati <i>et al.</i>	22
Figura 2.16 - Lajes ensaiadas e detalhe da armadura principal de Souza <i>et al.</i> (2015).....	24
Figura 2.17 – Características das lajes BPR1-1 and BPR1-2 ensaiadas por Valivonis <i>et al.</i> (2017)	26
Figura 2.18 – Características das lajes BPR2-1 and BPR2-2 ensaiadas por Valivonis <i>et al.</i> (2017)	27
Figura 2.19 – Características das lajes BPR3-1 and BPR3-2 ensaiadas por Valivonis <i>et al.</i> (2017)	28
Figura 2.20 – Geometria da laje nervura de acordo com o NBR	29
Figura 2.21 - Perímetro de controle de acordo com o NBR.....	30
Figura 2.22 – Geometria da laje nervura de acordo com o EC2.	31
Figura 2.23 - Perímetro de controle de acordo com o EC2.	32
Figura 2.24 – Geometria da laje nervura de acordo com o ACI 318.....	32

Figura 2.25 - Perímetro de controle de acordo com o ACI 318.	33
Figura 3.1 – Dimensões das cubetas disponíveis no mercado (Disponível em: folder eletronico 13_04_09.cdr (roformas.com)).....	34
Figura 3.2 – Geometria das lajes do grupo 2 (C0).....	35
Figura 3.3 – Geometria das lajes do grupo 2 (C40).....	35
Figura 3.4 – Geometria das lajes do grupo 2 (C55).....	36
Figura 3.5 – Geometria das lajes do grupo 2 (C70).....	36
Figura 3.6 – Armadura de flexão das lajes com capa 0 e taxa variável (S1,S2 e S3)	39
Figura 3.7 – Armadura de flexão das lajes com capa 40 e taxa variável (S1,S2 e S3)	40
Figura 3.8 – Armadura de flexão com capa 55 e taxa variável (S1,S2 e S3)	41
Figura 3.9 – Armadura de flexão das lajes com capa 70 e taxa variável (S1,S2 e S3)	42
Figura 3.10 - Formas de madeiras utilizadas na confecção das lajes	44
Figura 3.11 - Blocos de EPS fixados à forma	45
Figura 3.12 - Lançamento do concreto na fôrma.....	46
Figura 3.13 - Adensamento e regularização da superfície de concreto	47
Figura 3.14 - Ensaio de abatimento do tronco de cone (<i>Slump Test</i>)	48
Figura 3.15 - Cura das lajes e dos corpos de prova utilizando sacos de aniagem	49
Figura 3.16 - Retirada dos blocos de EPS	50
Figura 3.17 – Armazenamento das lajes.....	50
Figura 3.18 – Sistema de aquisição de dados	52
Figura 3.19 - Sistema de ensaio das lajes	52
Figura 3.20 – Posicionamento das réguas pontenciométricas nas lajes	53
Figura 3.21 - Instrumentação das barras de aço	54
Figura 3.22 - Instrumentação do concreto	55
Figura 4.1 - Modelo de linha de ruptura adaptado de Oliveira (2003).	58
Figura 5.1 - Comportamento do concreto submetido à compressão uniaxial	63
Figura 5.2 - Comportamento do concreto submetido à tração uniaxial	65
Figura 5.3 - Curva tensão versus deformação para o concreto submetido à compressão biaxial	66
Figura 5.4 - Curva tensão versus deformação para o concreto submetido à tração-compressão biaxial	67
Figura 5.5 - Curva tensão versus deformação para o concreto submetido à tração biaxial.	67
Figura 5.6 - Envoltória de ruptura para o concreto submetido a um estado biaxial de tensões	68

Figura 5.7 - Degradação da rigidez do material	69
Figura 5.8 – Curvas de dano para o concreto tracionado e comprimido	70
Figura 5.9 -Superfície de plastificação do CDP para um estado plano de tensões.....	71
Figura 5.10 - Função do fluxo potencial plástico no plano meridional	73
Figura 5.11 - Fator de forma (Kc) para regiões submetidas à compressão triaxial	75
Figura 5.12 - Estudo da influência do parâmetro de viscosidade no ensaio de compressão de um cubo de concreto.....	76
Figura 5.13 - Estudo da influência do parâmetro de viscosidade no ensaio de tração de um prisma de concreto.....	77
Figura 5.14 - Estudo da influência do parâmetro de viscosidade no ensaio de tração de um prisma de concreto.....	77
Figura 5.15 - Curva tensão <i>versus</i> deformação para o aço	78
Figura 5.16 - Geometria, carregamentos e condições de contorno do modelo computacional S1C0	79
Figura 5.17 - Interação entre a armadura e a laje S1C0 (<i>embedded constrain</i>)	79
Figura 5.18 – Interação entre as chapas de apoio e a laje S1C0 (<i>tie</i>)	80
Figura 5.19 – Interação entre o pilar e a laje S1C0 (<i>tie</i>).....	81
Figura 5.20 – Interação entre o ponto de referência (RP) e a superfície do pilar da laje S1C0 (<i>coupling</i>)	81
Figura 5.21 – Malha aplicada no modelo S1C0	85
Figura 6.1 - Dispersão das estimativas normativas	89
Figura 6.2 - Seção transversal T considerada nas normas modificadas	90
Figura 6.3 – Comparação da dispersão das estimativas normativas originais e modificadas	93
Figura 7.1 – Distribuição de tensões de cisalhamento em vigas de seção transversal T na fase elástica (1) e na fase plástica (2).....	96
Figura 7.2 – Resistência ao cisalhamento relativa das nervuras em função de ρ	97
Figura 7.3 – Comparação da dispersão das estimativas normativas originais e propostas .	99
Figura 8.1 – Corpos de prova utilizados nos ensaios	101
Figura 8.2 – Ensaio para determinação da resistência à compressão do concreto	103
Figura 8.3 – Ensaio para determinação da resistência à tração por compressão diametral	104
Figura 8.4 – Ensaio de módulo de elasticidade do concreto	105
Figura 8.5 – Ensaio de tração do aço.....	106
Figura 8.6 – Curva tensão x deformação para o aço de 5,0 mm	106

Figura 8.7 – Curva tensão x deformação para o aço de Ø10.0 mm.....	106
Figura 8.8 – Curva tensão x deformação para o aço de Ø12.5 mm.....	107
Figura 8.9 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes.....	108
Figura 8.10 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes	110
Figura 8.11 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo 1.....	111
Figura 8.12 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo 2.....	112
Figura 8.13 – Influência da espessura da capa na rigidez das lajes.....	113
Figura 8.14 – Influência da taxa de armadura na rigidez das lajes.....	113
Figura 8.15 – Deformada das lajes do grupo 1 na ruptura	114
Figura 8.16 – Deformada das lajes do grupo 2 na ruptura	115
Figura 8.17 – Deformação das armaduras de flexão do grupo 1	116
Figura 8.18 – Deformação das armaduras de flexão do grupo 2	117
Figura 8.19 – Deformação no concreto das lajes do grupo 1	118
Figura 8.20 – Deformação no concreto das lajes do grupo 2	118
Figura 8.21 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C0	120
Figura 8.22 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C0	121
Figura 8.23 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C0	122
Figura 8.24 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C40	123
Figura 8.25 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C40	124
Figura 8.26 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C40	125
Figura 8.27 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C55	126
Figura 8.28 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C55	127
Figura 8.29 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C55	128
Figura 8.30 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C70	129
Figura 8.31 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C70	130
Figura 8.32 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C70	131
Figura 8.33 – Ganho de carga devido a variação da capa dos modelos	133
Figura 8.34 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura dos modelos	135
Figura 8.35 – Deslocamentos verticais dos modelos computacionais do grupo 1	136
Figura 8.36 – Deslocamentos verticais dos modelos computacionais do grupo 2	137
Figura 8.37 – Influência da espessura da capa na rigidez dos modelos	138
Figura 8.38 – Influência da taxa de armadura na rigidez das lajes.....	138
Figura 8.39 – Deformada das lajes do grupo 1 na ruptura	139
Figura 8.40 – Deformada das lajes do grupo 2 na ruptura	140

Figura 8.41 – Deformação das armaduras de flexão dos modelos do grupo 1	141
Figura 8.42 – Deformação das armaduras de flexão dos modelos do grupo 2.....	142
Figura 8.43 – Deformação no concreto dos modelos do grupo 1	143
Figura 8.44 – Deformação no concreto dos modelos do grupo 2.....	143
Figura 8.45 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C0	145
Figura 8.46 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C0	146
Figura 8.47 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C0	147
Figura 8.48 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C40	148
Figura 8.49 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C40	149
Figura 8.50 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C40	150
Figura 8.51 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C55	151
Figura 8.52 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C55	152
Figura 8.53 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C55	153
Figura 8.54 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C70	154
Figura 8.55 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C70	155
Figura 8.56 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C70	156
Figura 8.57 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C0	157
Figura 8.58 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C0	157
Figura 8.59 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C0	157
Figura 8.60 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C40	158
Figura 8.61 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C40	158
Figura 8.62 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C40	158
Figura 8.63 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C55	159
Figura 8.64 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C55	159
Figura 8.65 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C55	159
Figura 8.66 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C70	160
Figura 8.67 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C70	160
Figura 8.68 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C70	160
Figura 8.69 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes e dos modelos	163
Figura 8.70 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes e dos modelos	164
Figura 8.71 – Deslocamentos verticais experimentais <i>versus</i> computacionais das lajes e dos modelos do grupo S1	165

Figura 8.72 – Deslocamentos verticais experimentais <i>versus</i> computacionais das lajes e dos modelos do grupo S2	165
Figura 8.73 – Deslocamentos verticais experimentais <i>versus</i> computacionais das lajes e dos modelos do grupo S3	166
Figura 8.74 – Influência da espessura da capa na rigidez das lajes.....	167
Figura 8.75 – Influência da taxa de armadura na rigidez das lajes.....	167
Figura 8.76 – Deformada das lajes do grupo 1 na ruptura	169
Figura 8.77 – Deformada das lajes do grupo 2 na ruptura	170
Figura 8.78 – Deformação das armaduras de flexão das lajes e dos modelos do grupo 1	171
Figura 8.79 – Deformação das armaduras de flexão das lajes e dos modelos do grupo 2	172
Figura 8.80 – Deformação no concreto das lajes e dos modelos do grupo 1	173
Figura 8.81 – Deformação no concreto das lajes e dos modelos do grupo 2	174
Figura 8.82 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S1C0)	176
Figura 8.83 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S2C0)	177
Figura 8.84 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S3C0)	178
Figura 8.85 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S1C40)	179
Figura 8.86 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S2C40)	180
Figura 8.87 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S3C40)	181
Figura 8.88 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S1C55)	182
Figura 8.89 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S2C55)	183
Figura 8.90 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S3C55)	184
Figura 8.91 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S1C70)	185
Figura 8.92 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S2C70)	186

Figura 8.93 – Mapa de fissuração da laje <i>versus</i> panorama de fissuração do modelo (S3C70)	187
.....
Figura 8.94 – Comparação da dispersão das estimativas computacionais, normativas e proposta	188

1. INTRODUÇÃO

1.1. Visão Geral

A necessidade de se fazer o uso de maneira racional das estruturas de concreto, atrelado a projetos arquitetônicos de vãos cada vez maiores, é uma estratégia que contribui para minimizar os efeitos causados pela grande quantidade de consumo de concreto no mundo. Neste contexto, as lajes nervuradas têm se mostrado como uma alternativa construtiva que se consolidou por consumir menor quantidade de concreto em comparação com outros tipos de lajes. São apresentados através da Figura 1.1 alguns exemplos de lajes nervuradas.

Figura 1.1 – Exemplos de lajes nervuradas



São muitas as vantagens de se utilizar em um projeto estrutural lajes nervuradas convencionais, apoiadas em vigas, ou lajes lisas nervuradas, apoiadas diretamente nos pilares, dentre os diversos, pode-se citar o fato delas permitirem as estruturas alcançarem grandes vãos, a diminuição do peso próprio da estrutura com a criação de vazios entre as nervuras por meio da utilização de material inerte (EPS, cubetas de plásticos ou tijolos cerâmicos) e facilidade na execução.

No caso de lajes lisas nervuradas, as vantagens ainda são maiores devido a eliminação das vigas, quando comparadas às lajes nervuradas convencionais, como por exemplo, a simplificação das fôrmas, maior flexibilidade no “*layout*”, agilidade na execução e redução do custo com mão-

de-obra e materiais (madeira, aço e concreto). Além disso, facilita a disposição de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado, sendo indicado, principalmente, para edificações residenciais, hospitalares, garagens e shopping centers.

Em contrapartida, necessitam de maiores cuidados durante a concretagem das nervuras, para evitar vazios. Tem-se o aumento das flechas em relação às lajes convencionais com as mesmas dimensões e a diminuição da estabilidade global da estrutura com relação às ações horizontais, devido ela ser menos rígida e, principalmente, a possibilidade de ruptura por punção ou por cisalhamento nas nervuras próximas à região maciça.

A ruptura por cisalhamento nas nervuras deve ser evitada, por se caracterizar como uma ruptura do tipo frágil e brusca, ou seja, sem aviso prévio, ocorrendo com baixas deformações. Porém, os códigos normativos não preveem com eficiência as estimativas para este modo de ruptura, havendo a necessidade de se desenvolver mais pesquisas sobre esse fenômeno, visando garantir que ela não ocorra.

1.2. Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é investigar a influência da capa e da taxa de armadura de flexão no comportamento até a ruptura de lajes lisas nervuradas de concreto armado na região de momento negativo.

Os objetivos específicos podem ser divididos em três:

- Calibrar um modelo computacional, a partir dos resultados experimentais obtidos, que seja capaz de prever o comportamento até a ruptura dos espécimes testados experimentalmente;
- Modificar as expressões normativas com o intuito de melhorar as suas estimativas;
- Propor um modelo de cálculo simplificado para determinar a capacidade resistente ao cisalhamento das lajes nervuradas.

1.3. Fundamentação e hipótese

Estudos analíticos e experimentais revelaram que a capacidade resistente ao cisalhamento em estruturas de concreto está atrelada a diversos parâmetros, dentre eles pode-se citar: a resistência característica à compressão do concreto, o efeito de tamanho das peças (*size effect*) e a taxa de armadura longitudinal.

No que diz respeito a taxa de armadura longitudinal Kani (1966) estudou 133 vigas retangulares sem estribos e concluiu que a influência da taxa de armadura longitudinal na resistência ao cisalhamento é significativa. O autor concluiu que o aumento da taxa de armadura longitudinal aumenta a altura da zona de compressão, bem como diminui a largura das fissuras e, como resultado, há um aumento na resistência ao cisalhamento da estrutura. Esta definição tem sido amplamente aceita pela comunidade científica, por esse motivo que a taxa de armadura longitudinal se encontra nas fórmulas de resistência ao cisalhamento da maioria dos códigos normativos.

Se tratando de lajes lisas nervuradas, além da taxa de armadura longitudinal, outros parâmetros importantes também influenciam na resistência ao cisalhamento das nervuras, como por exemplo, a espessura da capa das lajes. Nesse sentido, estudos desenvolvidos por Branco (2011) e Souza *et al.* (2014) mostraram que o aumento da espessura da capa das nervuras trouxe acréscimos significativos na resistência ao cisalhamento dos espécimes, com a capa sendo comprimida, portanto, isso já era esperado. Apesar disso, as principais normas de projetos estruturais não trazem recomendações para a consideração da capa na resistência ao cisalhamento destas peças, podendo conduzir os projetistas a resultados bastante conservadores. Vale ressaltar, que os autores estudaram esta variável na região de momento positivo, ou seja, com a capa sendo comprimida, este trabalho propõe analisar essa variável com a capa da laje sendo tracionada.

Por conta disso, a hipótese do presente estudo é que o aumento da taxa de armadura e da espessura da capa elevam a resistência ao cisalhamento das nervuras de lajes lisas solicitadas na região de momento negativo, ou seja, com a capa de concreto da laje sendo tracionada.

1.4. Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado em 10 capítulos. O capítulo 2 apresenta o sistema estrutural com lajes nervuradas, o desenvolvimento histórico e um mecanismo de ruína que pode ser aplicado a este tipo de laje.

Neste mesmo capítulo também é apresentada uma revisão de trabalhos realizados que possuem similaridades com o tema deste projeto de tese. Nele são apresentadas pesquisas que falam sobre os principais parâmetros que influenciam na resistência última das lajes lisas, como por exemplo, armadura de cisalhamento, espessura da capa da laje, área de concreto, taxa de armadura, dentre outros.

Além disso, este capítulo ainda apresenta uma compilação das principais normas de projeto vigentes em alguns países. São apresentadas as equações que norteiam o dimensionamento de lajes nervuradas. São elas: ACI 318 (2014), EC 2 (2004), NBR 6118 (2014) e CEB-FIB Model Code (2010). Mais tarde elas serão utilizadas como referências para comparar as estimativas com os resultados experimentais e computacionais.

O capítulo 3 apresenta o programa experimental deste projeto de tese. Nele estão as principais características das lajes nervuradas, os materiais que serão utilizados, a estratégia de instrumentação para coleta dos principais dados e o sistema de ensaio dos espécimes.

O capítulo 4 apresenta uma previsão das estimativas de ruptura das lajes quanto aos fenômenos da punção, cisalhamento nas nervuras e flexão.

O capítulo 5 apresenta uma análise computacional das lajes baseada no Método dos Elementos Finitos, utilizando o *software* Abaqus capaz de realizar análise não linear do comportamento dos materiais. Os resultados são discutidos em termos de carga-deslocamento, deformações e panoramas de fissuração das lajes.

O capítulo 6 apresenta um banco de dados sobre o qual são discutidos os valores das estimativas das normas de projeto em termos de dispersão. É apresentada também uma proposta de

adaptação dessas normas de projetos para o cálculo da resistência última das lajes ao cisalhamento.

O capítulo 7 apresenta uma proposta de cálculo para determinação da resistência ao cisalhamento das lajes nervuradas baseada nos resultados obtidos experimentalmente. Em seguida, é realizada uma comparação entre os resultados obtidos com essa nova equação e os obtidos através das normas e da literatura.

O capítulo 8 apresenta os resultados experimentais, computacionais e analíticos referentes a caracterização dos materiais (concreto e aço), deslocamentos verticais, deformações do concreto e das armaduras, panorama de fissuração, além das cargas e modos de ruptura.

O capítulo 9 apresenta as conclusões deste trabalho, destacando os principais resultados obtidos. E o capítulo 10 as sugestões para os trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as Revisões Bibliográficas utilizadas ao longo do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Sistema Estrutural com Diferentes Tipos de Lajes

No cenário atual da Construção Civil existem diversos tipos de lajes (ver Figura 2.1) que podem ser utilizados como um dos elementos de que compõem um sistema estrutural. Com a evolução de tecnologias, possibilitadas também pelas pesquisas científicas, outros modelos de lajes são inseridos no mercado e podem ser utilizados, sendo capazes de fornecer um custo-benefício efetivo.

Dentre os diversos tipos de lajes podem ser mencionadas como principais as lajes lisas, lajes nervuradas, lajes pré-moldadas, lajes vazadas e lajes *bubble deck*. Cada tipo de laje apresenta as vantagens e desvantagens peculiares ao sistema. Por ser uma técnica construtiva consolidada e possuir teorias bem definidas, as lajes maciças por muito tempo predominaram na Construção Civil. No entanto, à medida que as pesquisas avançaram e as técnicas construtivas evoluíram, as lajes nervuradas tiveram grande aceitabilidade, uma vez que são capazes de reduzir a quantidade de concreto do pavimento e consequentemente reduzir o peso da estrutura.

Figura 2.1 - Diferentes tipos de lajes.



(<https://www.archdaily.com.br/br/889035/tipos-de-lajes-de-concreto-vantagens-e-desvantagens>)

Por outro lado, a redução da quantidade de concreto implica em uma desvantagem em relação a este tipo de laje por produzir menor rigidez e maior instabilidade em relação aos esforços horizontais. Este efeito é significativo principalmente quando se trata de pavimentos com múltiplos andares, onde os eventos horizontais provocados pelo vento podem se tornar um limitante construtivo para as lajes nervuradas.

2.2. Desenvolvimento Histórico

Coincidentemente à patente do concreto armado, o sistema estrutural com lajes nervuradas surgiu no ano de 1854, quando Willian Boutland Wilkinson em Newcastle, Reino Unido, construiu um pavimento (Figura 2.2), em que caixotes de gesso foram utilizados como formas para o concreto e no centro das nervuras foram utilizados cabos de aço para reforçar a laje (Wight & MacGregor, 2009).

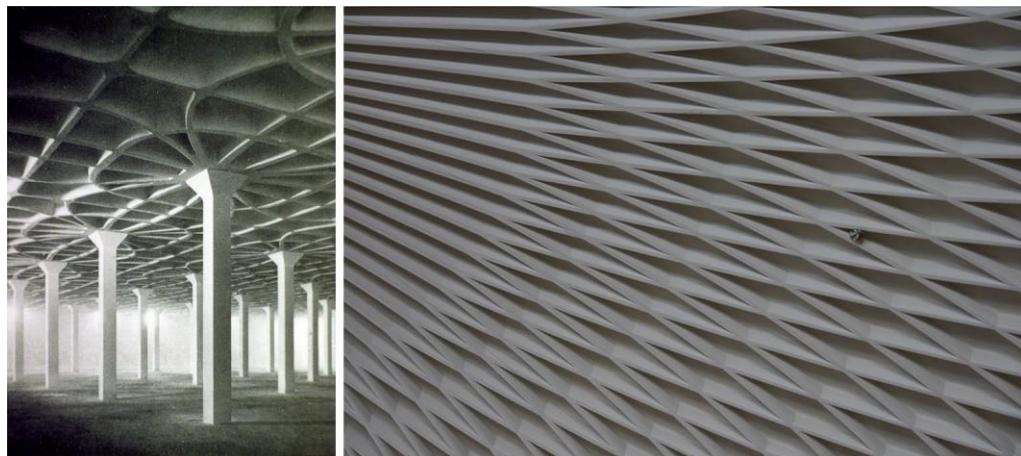
Figura 2.2 - Sistema com lajes nervuradas construídas por Wilkinson em 1854.



(<https://cddcarqfevale.wordpress.com/2012/07/11/lajes-nervuradas>)

Naquela época já ficara evidente a capacidade de se construir utilizando de maneira mais racional os materiais através da otimização da tipologia estrutural. Após muitos modelos construídos em lajes nervuradas, em 1950 um engenheiro e construtor chamado Pier Luigi Nervi desenvolveu e patenteou na Itália uma técnica altamente eficiente e esteticamente atraente de estruturas nervuradas de concreto, como apresentado por Huijben (2016) na Figura 2.3.

Figura 2.3 - Sistemas estruturais nervurados da fábrica de lã de Gatti (esquerda) e do Palazzetto dello Sport, ambos em Roma, Itália.



(HUIJBEN, 2016)

Anteriormente à patente de 1950, Nervi já havia testados outros modelos de sistema estrutural de pisos. Em 1949 ele patenteou um sistema de formas móveis que simulava um conjunto de vigas tradicionais, como é mostrado na Figura 2.4. Este sistema foi tão bem-sucedido que Nervi passou a experimentar novos modelos que não fossem nervuras ortogonais e sim modelos com curvas (ver Figura 2.3). O desenvolvimento desses padrões arrojados de nervuras foi idealizado a partir das linhas de momentos principais produzidos em uma laje lisa correspondente.

Figura 2.4 - Empresa de Tabaco em Bologna, Itália.

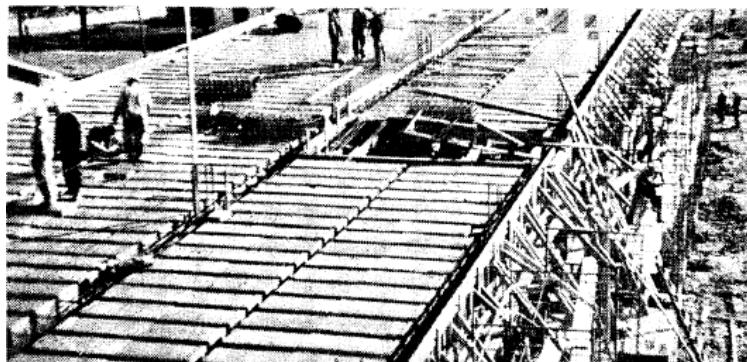


(HALPERN *et al.*, 2013)

Esse método construtivo foi um modelo bem difundido no início e durante o século XX. Algumas construções da época são a prova de que este tipo de laje tenha sido utilizado com

frequência, demonstrando não ser um modelo construtivo recente. Em 1953 foi apresentado no Encontro Regional do Sudoeste em Houston, Texas, uma construção em que foram utilizados caixas corrugadas como formas para executar uma laje nervurada (Figura 2.5).

Figura 2.5 - Formas de caixas corrugadas para execução de lajes nervuradas no Texas em 1953.



(PFANNKUCHE, 1954)

2.3. Mecanismo de Ruína

As lajes lisas nervuradas podem estar sujeitas a três modos de ruptura diferentes: ruptura por flexão, por punção ou por cisalhamento nas nervuras, ou até mesmo uma combinação entre estes fenômenos.

No que se refere a ruptura por cisalhamento nas nervuras, pode-se constatar, nos principais códigos normativos, que o dimensionamento é realizado considerando apenas a resistência das nervuras, ou seja, desprezando totalmente a contribuição da capa na resistência ao cisalhamento. Isto levanta uma discussão interessante a respeito da abordagem que deve ser dada ao dimensionamento das lajes lisas nervuradas, já que elas apresentam peculiaridades do sistema que podem afetar seu desempenho.

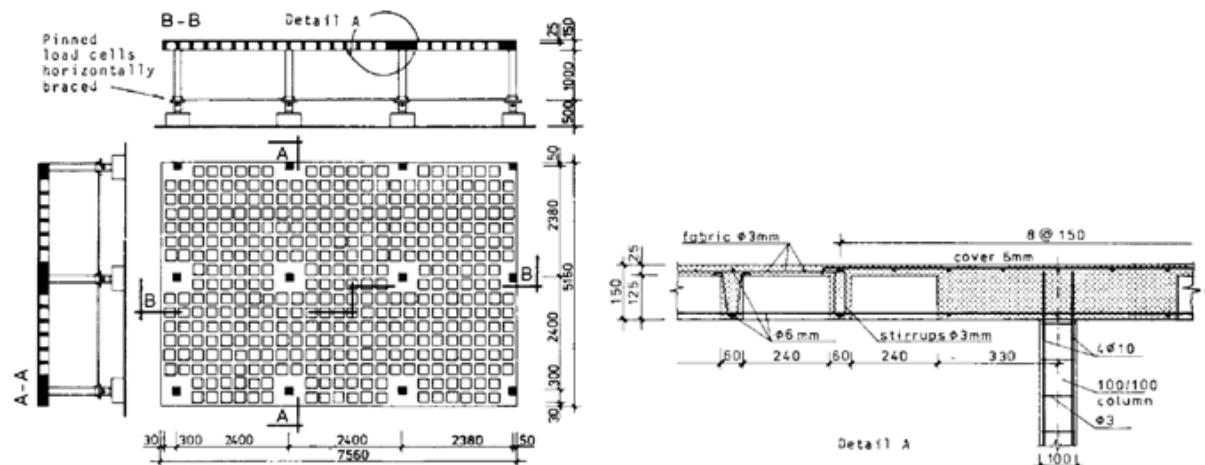
2.4. Revisão de trabalhos

Após a evolução na técnica de se construir lajes nervuradas, visto ser um método mais racional capaz de reduzir de forma considerável o volume de concreto do pavimento, muitos trabalhos têm sido desenvolvidos no intuito de contribuir para o entendimento deste tipo de laje. Nesta seção foram reunidos alguns trabalhos, apresentados em ordem cronológica, que servirão de referências para o desenvolvimento desta tese.

2.4.1. Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986)

Ajdukiewicz e Kliszczewicz apresentaram um estudo em um pavimento em escala 1:3, contendo seis painéis de lajes nervuradas de concreto armado apoiadas em 12 pilares, com região maciça ao redor do pilar (ver Figura 2.6). Dentre outras observações, os autores notaram que a região maciça ao redor do pilar não apresentou sinais de ruína por punção, fenômeno típico em lajes lisas.

Figura 2.6 - Modelo das lajes ensaiadas por Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986)



A partir dos resultados, os autores propuseram um modelo de padrão de linhas de ruptura para lajes nervuradas com região maciça ao redor do pilar. Eles concluíram que as linhas de ruptura

que são formadas diferenciam-se das lajes lisas e que é perigoso assumir um padrão de linhas de ruptura para as lajes nervuradas igual ao que é recomendado para as lajes lisas.

2.4.2. Lúcio (1991)

Lúcio (1991) desenvolveu um estudo experimental para analisar o comportamento ao cisalhamento de 5 lajes nervuradas (VL4 a VL8) com carregamento centrado e excêntrico. O carregamento ocorreu debaixo para cima. Nos casos de carregamento excêntrico, usou-se uma viga metálica ligada ao pilar para transmitir os esforços. As lajes eram quadradas com lado igual a 2000 mm de comprimento e espessura de 180 mm, apoiadas nas quatro bordas através de tirantes tensionados.

Os parâmetros variados pelo autor foram a quantidade de nervuras que convergiam para a região maciça e excentricidade do carregamento. Os espécimes VL4, VL5 e VL6 possuíam 12 nervuras convergindo para a região maciça, enquanto os demais (VL7 e VL8), apenas 8, como se pode ver na Figura 2.7.

Nas lajes VL4 e VL7 foi aplicado um carregamento centrado no pilar por meio de um cilindro hidráulico. Nas demais lajes (VL5, VL6 e VL8) foi aplicado um carregamento excêntrico. Para os modelos VL5 e VL8 a excentricidade foi de 300 mm e para os modelos VL6 foi de 710 mm, como pode ser observado na Figura 2.8.

Figura 2.7 - Dimensões das lajes e posicionamento das nervuras (Lúcio, 1991)

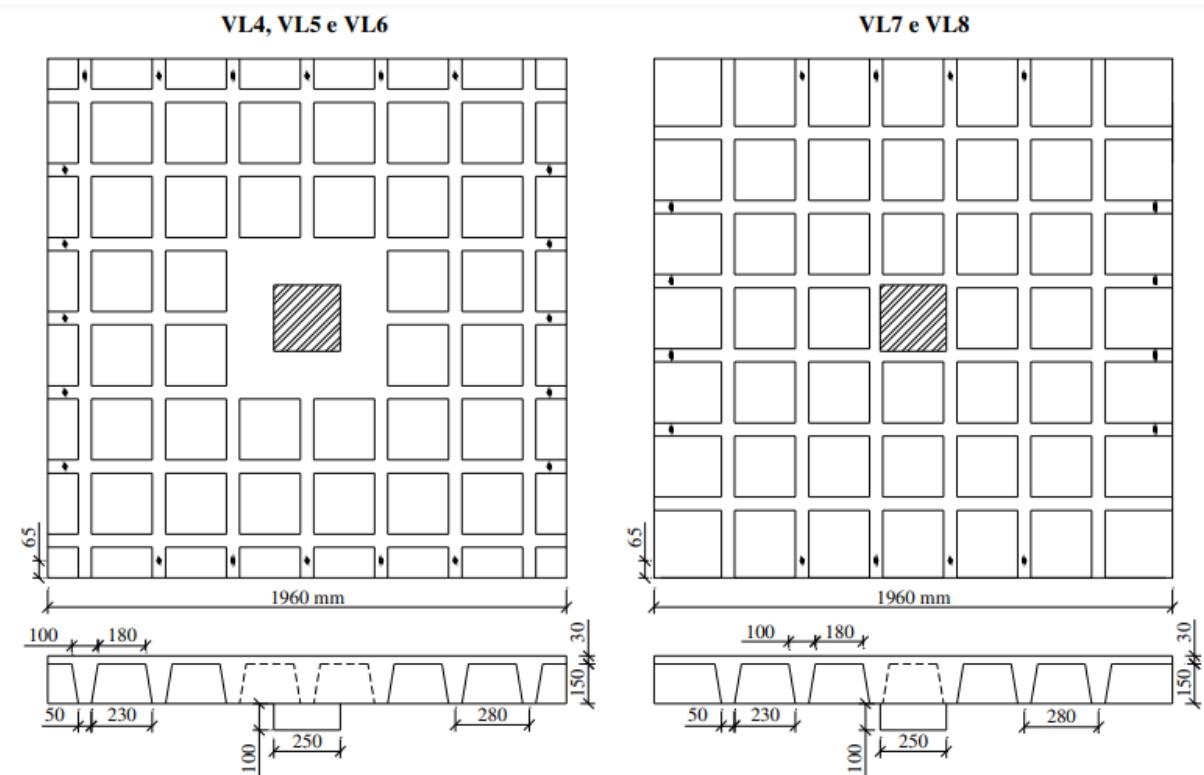
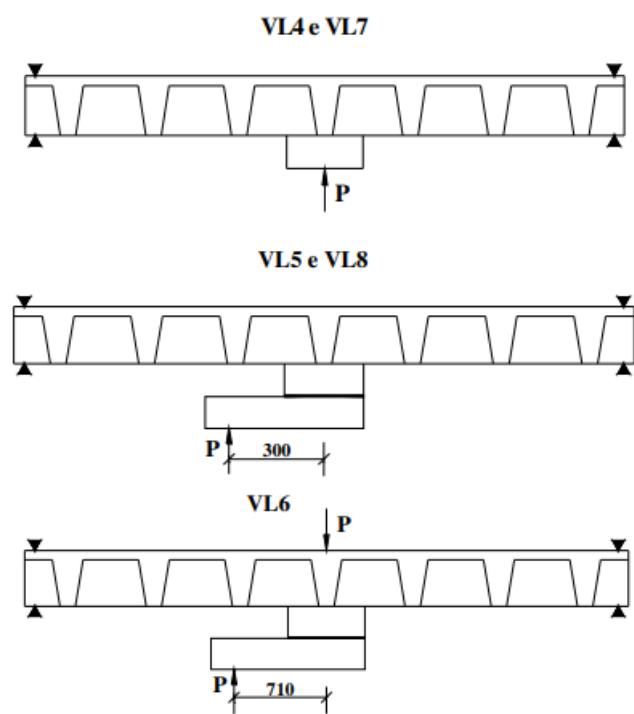


Figura 2.8 – Pontos de aplicação de carga nas lajes de Lúcio (1991)



Lúcio (1991) observou que a ruptura por cisalhamento ocorreu depois do desenvolvimento de grandes deformações e da redistribuição da força cortante entre as nervuras, as quais pareciam ser enrijecidas pela região maciça e pelas nervuras transversais. Como a formação de fissuras foi visível antes da ruptura, o autor concluiu que não se fazia necessária a utilização de armadura de cisalhamento nas nervuras.

O autor propõe o fator $2d/a_v$, em que a_v é a distância entre a carga concentrada e o apoio, para levar em consideração o efeito das nervuras transversais, e utiliza-o na comparação entre os resultados experimentais e obtidos pelas recomendações normativas ACI 318, BS8110, CEB-FIP e REBAP. Analisando os resultados observou-se uma boa concordância entre os valores obtidos para os casos sem excentricidade, sendo todos encontrados a favor da segurança, exceto para a norma REBAP. Nos casos com excentricidade, foram apresentados valores bem mais conservadores.

2.4.3. Soares (2004)

Com o objetivo de investigar o comportamento ao esforço cortante nas nervuras e à punção na região maciça, Soares (2004) ensaiou 8 painéis de lajes cogumelo nervuradas, quadradas, com lado igual a 1850 mm de comprimento e espessura de 130 mm, sendo todas as bordas apoiadas. A ligação laje-pilar foi realizada com perfil duplo I, solidarizado a um capitel metálico, onde foi aplicado o carregamento. Na Figura 2.9 são apresentadas as dimensões das lajes em planta e em corte.

Das 8 lajes confeccionadas por Soares (2004), duas eram de referência (LR-1 e LR-2), duas de concreto com fibra de aço (LD-1 e LD-2), duas com armadura de cisalhamento nas nervuras do tipo pino (LAC-1 e LAC-2) e duas com armadura de cisalhamento nas nervuras do tipo estribo reto ou inclinado (LAC-3 e LAC-4). Em todos os espécimes foram utilizadas armadura de combate a punção, conforme disposição mostrada na Figura 2.10.

Figura 2.9 - Modelo de Soares (2004)

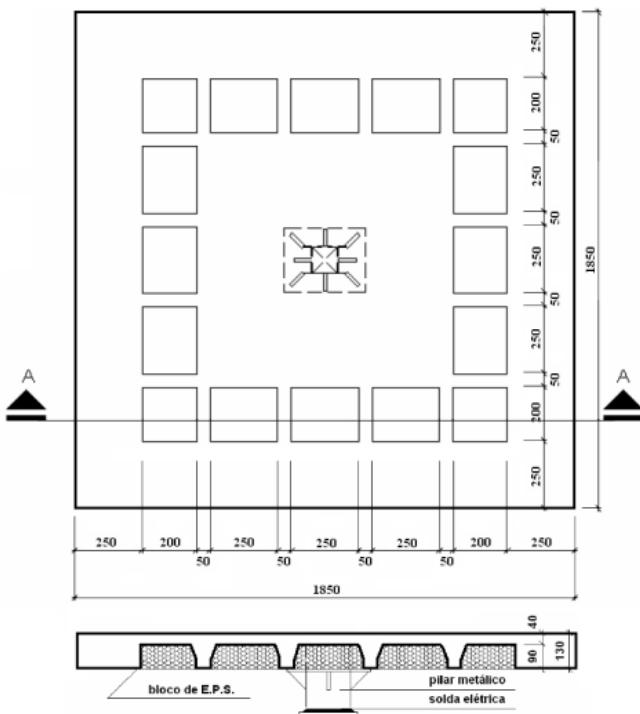
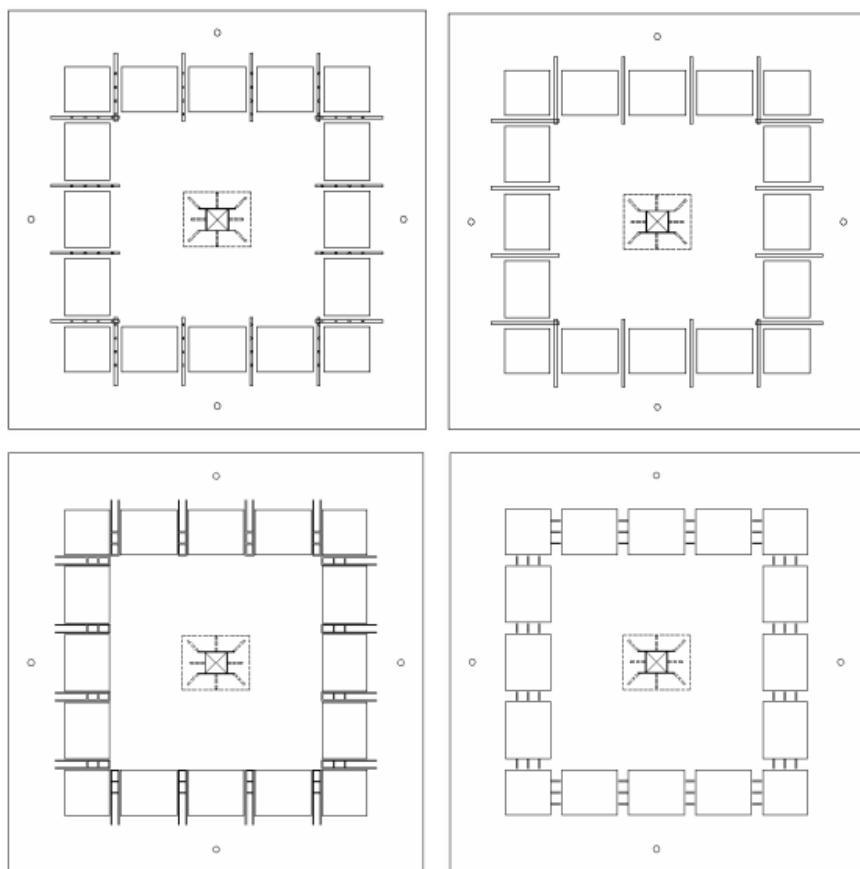


Figura 2.10 - Posicionamento das armaduras de cisalhamento nas nervuras (Soares, 2004)



Soares (2004) observou que todas as armaduras de cisalhamento utilizadas nas nervuras se mostraram eficientes, pois mudaram o modo de ruptura de flexo-cisalhamento na nervura, para flexão ou flexo-punção. Sendo o estribo inclinado e aberto mais eficiente em relação às demais armaduras de cisalhamento, devido a sua inclinação ser quase perpendicular à superfície de ruptura. A vantagem desse estribo é que ele pode ser fabricado no local e posicionado logo após o posicionamento da armadura de flexão.

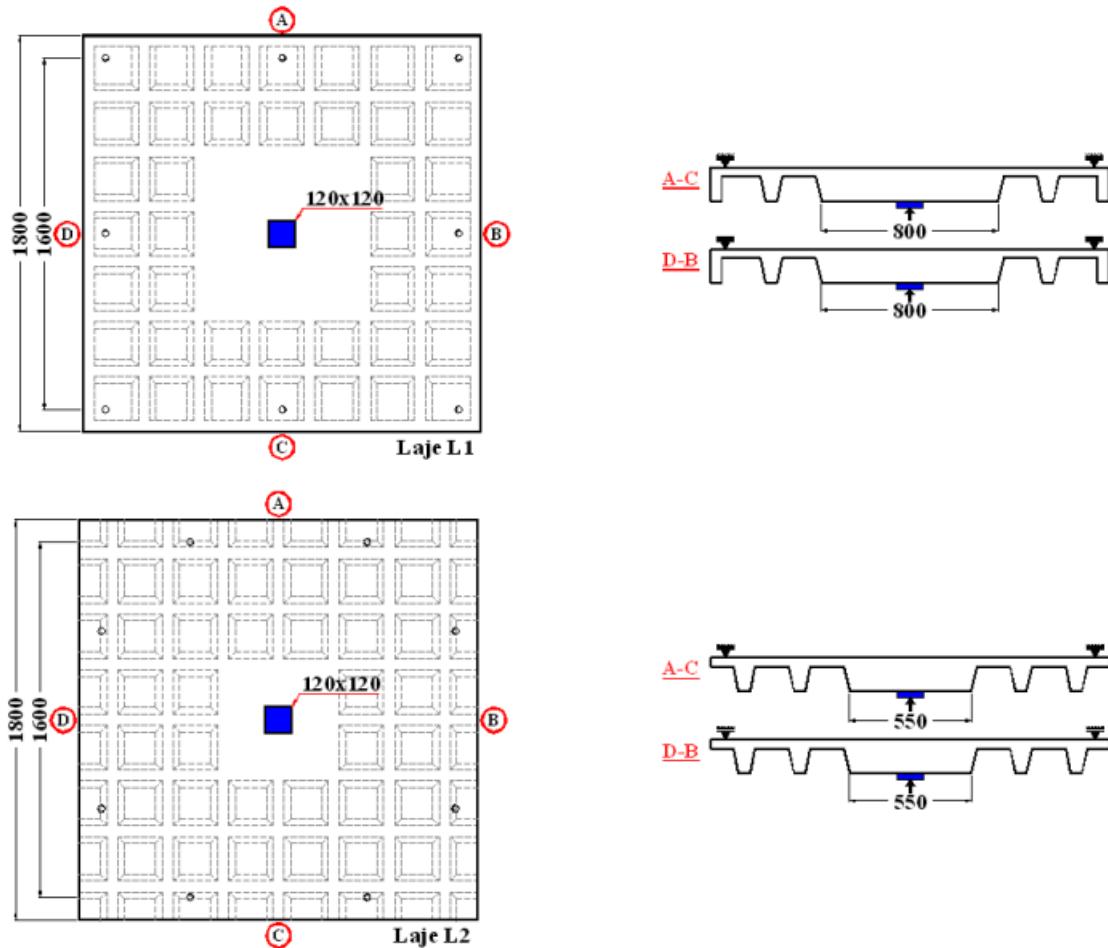
As estimativas da resistência última ao cisalhamento nas nervuras foram determinadas de acordo com as recomendações propostas pelo ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1993), NBR 6118 (2003) e NBR 6118 (1978). Para lajes sem armadura e sem fibras nas nervuras, as estimativas de resistência foram bastante conservadoras, e para as lajes com armadura de cisalhamento, a maioria das cargas últimas experimentais obtidas nos ensaios foram inferiores às estimadas pelos códigos normativos.

2.4.4. Albuquerque (2009)

Albuquerque (2009) ensaiou até a ruptura seis painéis de lajes lisas nervuradas bidimensionais de concreto armado, idealizados com diferentes configurações de geometria da região maciça, formada de acordo com a quantidade de vazios preenchidos entre nervuras. Os painéis, denominados L1, L2, L3, L4, L5 e L6, eram quadrados com 1800 mm de comprimento e espessura total de 150 mm, com a mesa de concreto medindo 40 mm na seção transversal (ver Figura 2.11).

As lajes foram submetidas a carregamento centrado aplicado diretamente em um pilar simulado por uma placa quadrada de aço com dimensões de (120 mm x 120 mm x 50 mm) colocada na parte inferior da laje. O objetivo do trabalho era avaliar a influência do tamanho e do formato da região maciça na resistência das lajes, pois, à medida que a região maciça alterava de tamanho ou de formato, o número de nervuras que convergiam para ela também mudava. Vale ressaltar que as nervuras não possuíam armadura de cisalhamento e que todas as lajes possuíam a mesma taxa de armadura longitudinal.

Figura 2.11 - Lajes nervuradas ensaiadas por Albuquerque (2009)



Em relação às cargas de ruptura observadas, foi possível concluir que as lajes com maiores região maciça apresentaram resistência mais elevadas. A variação do maciço também influenciou no deslocamento das lajes, mostrando que menores regiões maciças permitiram deslocamentos mais elevados para as lajes. Isso demonstra a influência da região maciça não apenas na resistência das lajes, mas também na rigidez da peça.

Albuquerque (2009) também avaliou três códigos normativos, ACI 318R (2008), CEB-FIP Model Code 90 (1993) e NBR 6118 (ABNT, 2003) e concluiu que os códigos subestimam a capacidade resistente ao cisalhamento das lajes, pois a previsão apontava para uma ruptura por cisalhamento na região nervurada. No entanto, os modos de ruptura foram todos por flexão e os modos de ruína todos por punção.

2.4.5. Branco (2011)

Branco (2011) testou em laboratório dez vigas de concreto armado com o intuito de simular a contribuição da laje com a solidarização dos elementos, sendo nove vigas com seção T e uma com seção retangular, para servir como referência.

As vigas foram projetadas com diferentes configurações de geometria da mesa, variando-se as dimensões h_f e b_f e foram classificadas de acordo com suas dimensões em comum, ambas moldadas inicialmente com $(120 \text{ mm} \times 250 \text{ mm} \times 2200 \text{ mm})$ com um vão ensaiado de 2000 mm, sofrendo variação na mesa: espessuras de 40 mm, 60 mm e 80 mm; e largura de 280 mm, 440 mm e 600 mm.

Todas as vigas foram armadas com a mesma armadura longitudinal, constituindo uma área de aço de aproximadamente 245 mm^2 , o que foi traduzido em $2 \varnothing 12,5 \text{ mm}$ de aço CA-50, suficientes para garantir a resistência à flexão das vigas no procedimento de ensaio.

A taxa de armadura longitudinal foi de $\rho = A_s/(b_w \cdot d) = 0,89\%$, com uma altura útil determinada em $d = 229 \text{ mm}$, a altura total $h = 250 \text{ mm}$, a largura da alma $b_w = 120 \text{ mm}$, a relação $a/d = 2,62$ e o cobrimento $c = 15 \text{ mm}$. A resistência à compressão do concreto foi de 47 MPa aos 28 dias para todas as vigas.

São apresentadas através da Figura 2.12 as principais informações sobre as características das vigas ensaiadas, com valores de dimensões h_f e b_f classificadas por grupos denominados: H4, H6 e H8 para h_f ; e B28, B44 e B60 para b_f , de acordo com suas dimensões em comum da mesa.

Figura 2.12 – Vigas ensaiadas por Branco (2011)

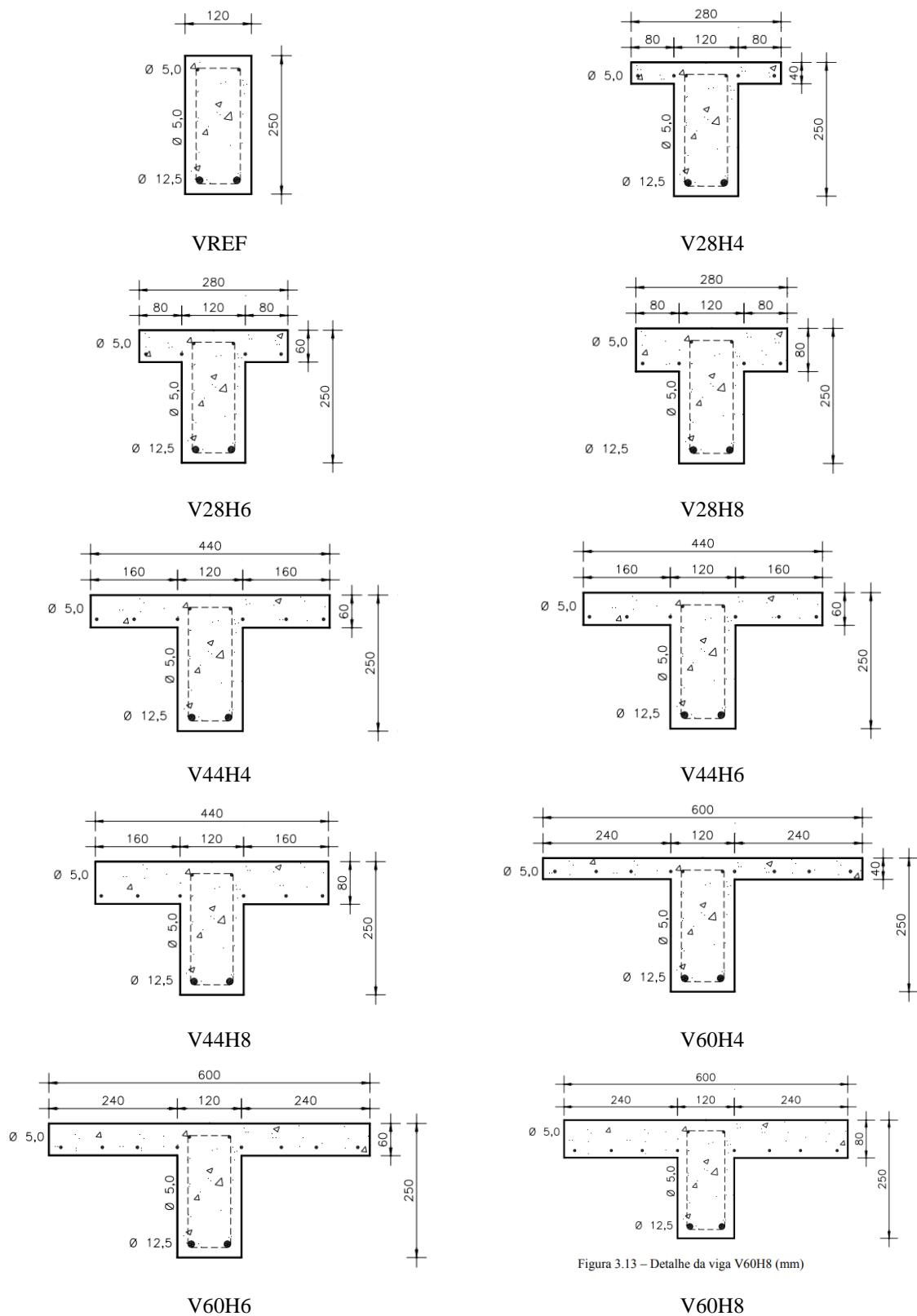


Figura 3.13 – Detalhe da viga V60H8 (mm)

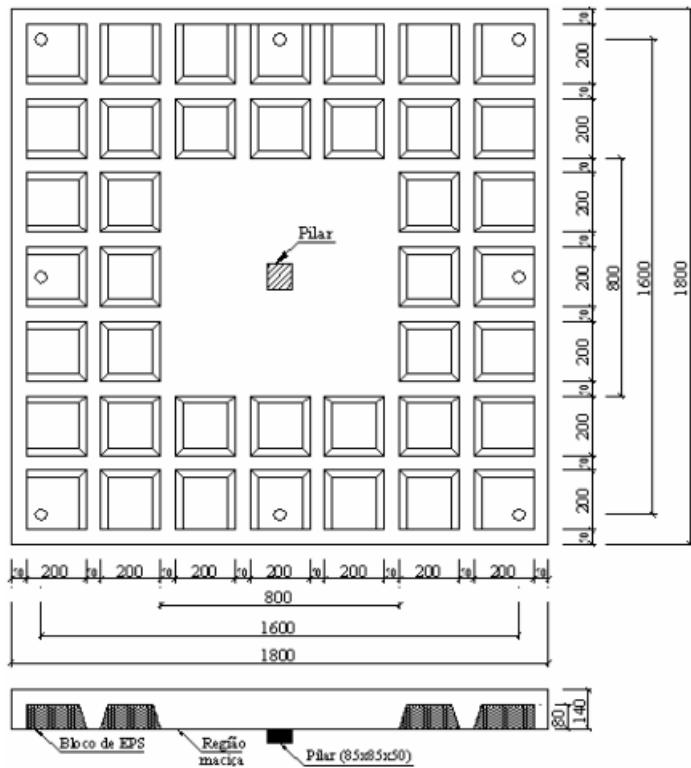
Branco (2011) concluiu que a variação da forma retangular tradicional para a forma de T influencia substancialmente a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado. O aumento da resistência última foi significativo nas vigas com abas e, mais ainda, nas vigas com largura (b_f) de 400 e 600 mm, nas quais a contribuição da mesa foi capaz de modificar o modo de ruptura das peças cujas armaduras de flexão entraram em regime de escoamento e a viga alcançou o momento resistente de flexão.

2.4.6. Souza (2011)

Souza (2011) testou experimentalmente 8 lajes lisas nervuradas bidirecionais de concreto armado, com carregamento aplicado no meio do vão através de cilindro hidráulico, diretamente em uma placa metálica, que simulava um pilar. As principais variáveis consideradas foram o tipo de armadura de cisalhamento nas nervuras (treliça, estribo vertical fechado e estribo inclinado a 45°) e a utilização de estribo inclinado a 45° como armadura de punção na região maciça.

As medidas idealizadas para as lajes foram tomadas a partir da análise do trabalho de Soares (2004). As lajes apresentaram seção quadrada de lado igual a 1800 mm de comprimento e espessura total de 140 mm, sendo 60 mm de capa, como pode ser visto na Figura 2.13.

Figura 2.13 - Lajes ensaiadas por Souza (2011).



Souza (2011) observou que as armaduras de cisalhamento utilizadas nas nervuras pouco influenciaram na resistência das lajes. Isso porque as tensões foram majoritariamente absorvidas pela região maciça e pela armadura de flexão, o que explica o fato de as lajes terem rompido ou por punção no maciço ou por flexão.

Souza (2011) utilizou as recomendações das normas ACI 318M (ACI, 2002), MC90 (CEB-FIP, 1993) e NBR 6118 (ABNT, 2003), com a finalidade de discutir a precisão das expressões normativas quanto a resistência ao cisalhamento das nervuras. De acordo com a autora, a resistência experimental das nervuras foi superior àquelas projetadas pelas normas, pois em nenhum caso houve ruptura nas nervuras conforme os códigos previam.

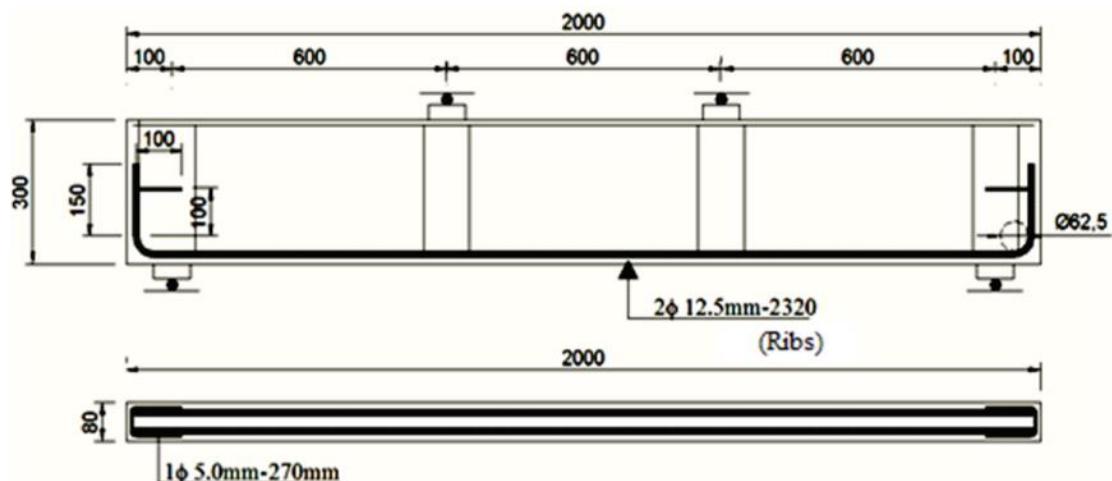
2.4.7. Souza *et al.* (2014)

Souza (2014) ensaiou oito painéis de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado até a ruptura. As lajes eram retangulares e quadradas, divididas em dois grupos, grupo L1300,

constituído por quatro lajes de dimensões (1300 x 2000) mm² variando a altura da mesa de concreto (h_f) de 30 mm, 50 mm, 80 mm e 100 mm, enquanto o grupo L2000, composto por quatro lajes, tem dimensões (2000 x 2000) mm² e as mesmas variações para a altura da mesa de concreto. A altura total das lajes era de 300 mm.

As nervuras das lajes tinham 80 mm de largura, espaçadas de 610 mm no grupo L1300 e 960 mm no grupo L2000 entre seus eixos. O cobrimento de concreto foi fixado em 15 mm. Todos os painéis tinham a mesma distribuição de armadura de flexão, consistindo em $2\phi 12,5\text{ mm}$ e uma altura útil $d = 277\text{ mm}$. Não foram utilizadas armaduras de cisalhamento nas nervuras. São apresentadas na Figura 2.14 as características das lajes ensaiadas pelo autor.

Figura 2.14 – Características das lajes ensaiadas por Souza (2014)



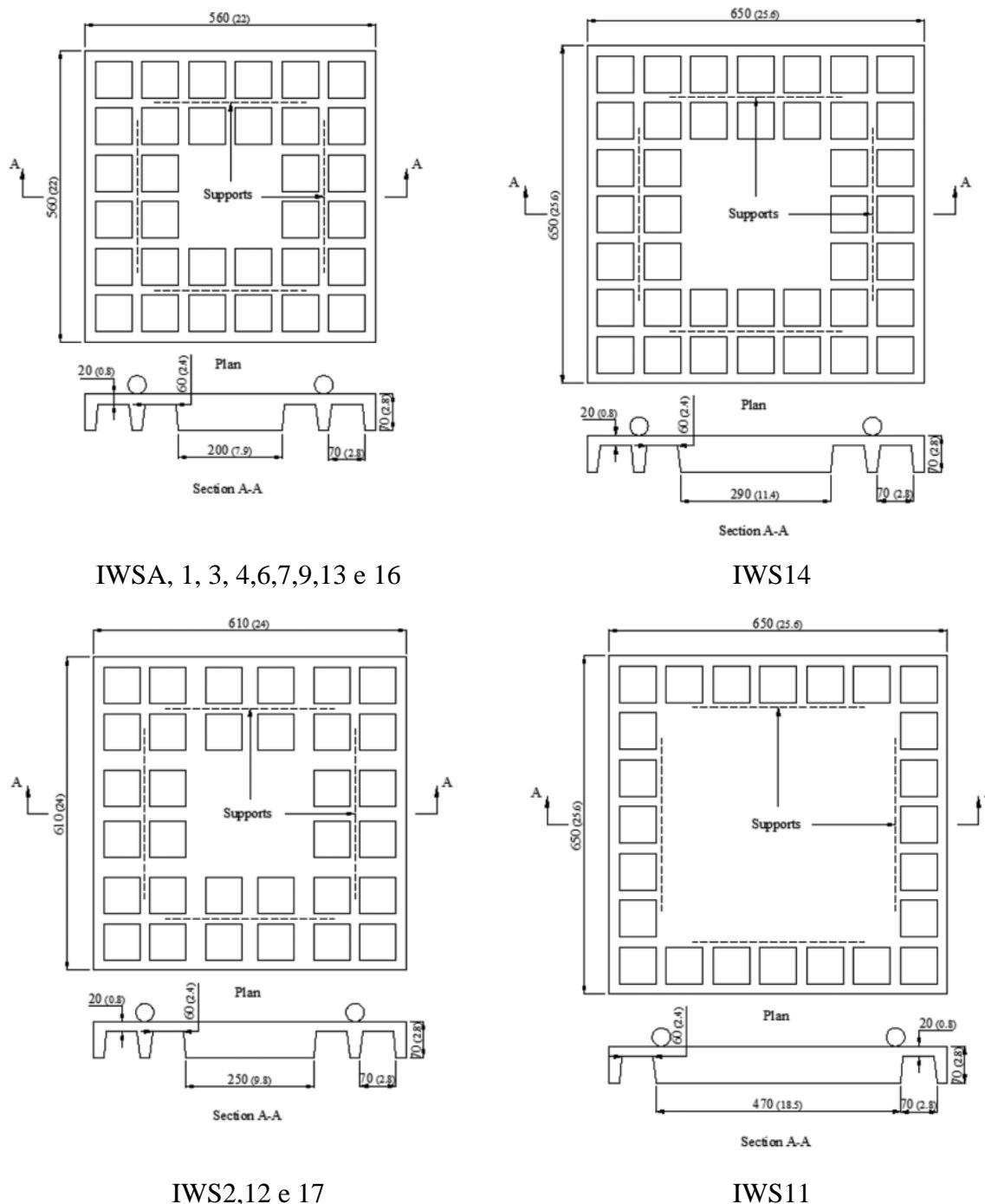
O autor concluiu que houve acréscimo de resistência ao cisalhamento com o aumento da espessura da capa, resultando também em maiores deformações nas armaduras e em flechas mais elevadas.

2.4.8. Al-bayati *et al.* (2015)

Al-Bayati *et al.* (2015) realizou ensaios em 15 lajes nervuradas na escala 1/10. As variáveis consideradas foram; o tamanho da região maciça, o formato e tamanho do pilar e a resistência à compressão do concreto. Todos os espécimes tinham espessura total de 70 mm e capa da laje

20 mm de espessura, conforme mostrado na Figura 2.15. As características geométricas das lajes nervuradas foram escolhidas de acordo com a norma EC2.

Figura 2.15 – Lajes ensaiadas por Al-Bayati *et al.*



Quanto ao modo de ruptura, todas as lajes romperam por cisalhamento nas nervuras, exceto a laje IWS11, que rompeu por punção. Em relação às cargas de ruptura, foi possível observar que a resistência ao cisalhamento das nervuras cresceu à medida que aumentou o tamanho da seção sólida, o tamanho do pilar e a resistência à compressão do concreto. Sendo o tamanho da seção sólida o parâmetro que teve maior influência na resistência última da laje.

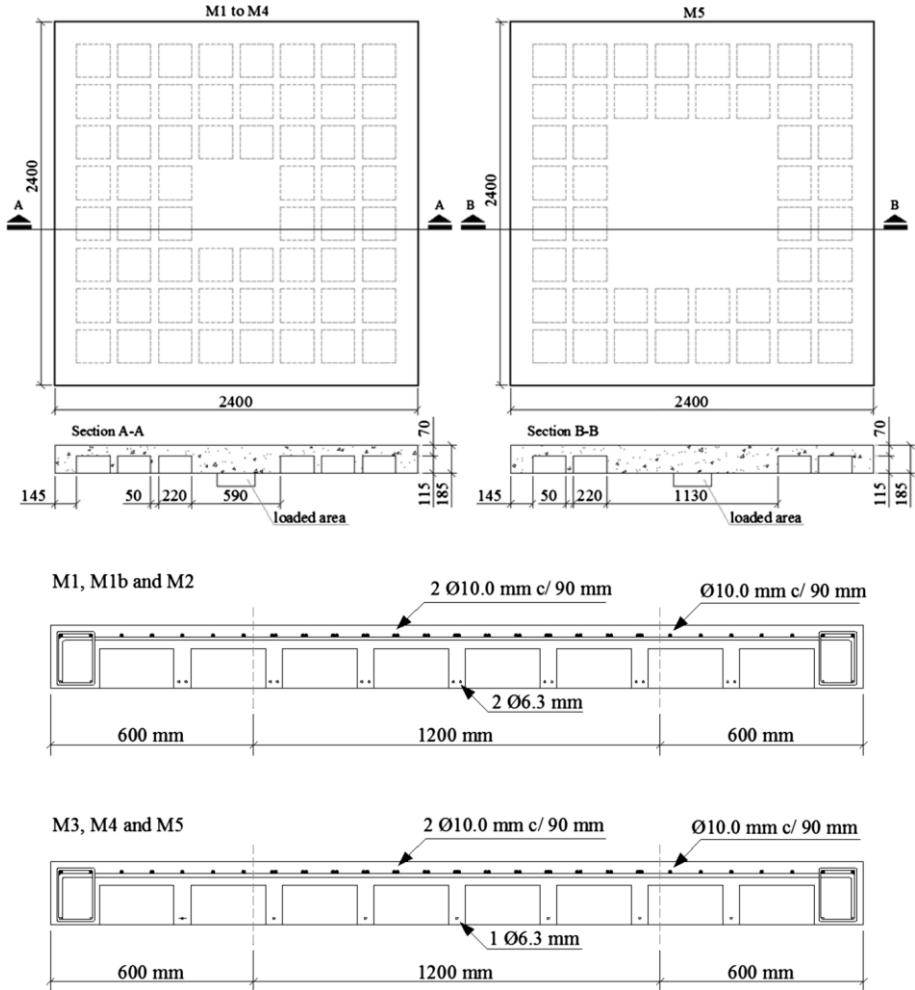
As lajes com pilares de seção circular apresentaram maiores cargas de ruptura em relação às lajes com pilares de seção quadrada e retangular. Este aumento na resistência ocorre por conta da distribuição uniforme das tensões ao redor do perímetro do pilar circular, enquanto em pilares retangulares, ocorre a concentração de tensão nos cantos.

Al-Bayati *et al.* (2015) analisaram as normas ACI 318-14, EC2 e BS 8110 para avaliar os códigos normativos em relação as estimativas de resistência última das lajes nervuradas à punção, apesar das lajes terem rompido por cisalhamento nas nervuras. Os autores concluíram que as normas de projeto de punção atuais não consideram o mecanismo de punção de lajes nervuradas. Comparações com os resultados experimentais mostraram que os códigos normativos para punção em lajes lisas maciças de BS8110 e EC2 superestimaram as cargas de ruptura por punção para as lajes nervuradas estudadas por eles, enquanto os resultados obtidos pela norma ACI permaneceram conservadores.

2.4.9. Souza *et al.* (2015)

Souza *et al.* (2015) realizaram testes em seis lajes quadradas nervuradas de concreto armado, com lado igual a 2400 mm, sendo o objetivo representar simetricamente as ligações laje-pilar na fronteira das linhas de momento nulo. As variáveis foram o tamanho do painel sólido (590 x 590 mm ou 1130 x 1130 mm) e a taxa de armadura geométrica da alma das nervuras, tipo e layout. O tamanho do painel sólido foi de aproximadamente 0,3 vezes a distância do centro da coluna até a linha de momento nulo para as lajes M1, M1b, M2, M3 e M4 e 0,6 vezes para a laje M5 (Figura 2.16).

Figura 2.16 - Lajes ensaiadas e detalhe da armadura principal de Souza *et al.* (2015).



Os autores observaram que as lajes apresentaram uma ruptura brusca por cisalhamento nas nervuras por tração diagonal próximo ao painel sólido. A partir dos resultados obtidos e análise realizada, os autores propuseram uma equação para estimar a resistência ao cisalhamento fora do painel sólido, conforme a Equação 2.1, que relaciona a tensão máxima de cisalhamento e a resistência à tração do concreto variando de acordo com a taxa de armadura de flexão ρ . Portanto, a resistência ao cisalhamento das nervuras sem armadura transversal pode ser calculada conforme a Equação 2.2.

$$\frac{\tau_{max}}{f_t} = 0,59\rho + 0,38 \leq 1 \quad \text{Equação 2.1}$$

$$P_0 = n A_{ef} \tau_{max} \quad \text{Equação 2.2}$$

Onde,

n é o número de nervuras que chega no painel sólido;

A_{ef} é a área efetiva, calculada conforme a Equação 2.3;

τ_{max} é a tensão máxima calculada de acordo com a Equação 2.1.

$$A_{ef} = \left[\frac{b_w}{b_f} A_1 + A_2 \right] \quad \text{Equação 2.3}$$

Em que,

b_w é a largura da nervura;

b_f é a largura da mesa da seção “T”;

A_1 é a área da mesa;

A_2 é a área da alma.

2.4.10. Valivonis *et al.* (2017)

Valivonis *et al.* (2017) investigaram a resistência à punção de seis lajes vazadas (ver figuras 2.17, 2.18 e 2.19), analisando três tipos de zonas de punção: sem vazios, com vazios e com vazios e vigas-chatas cruzadas. Os autores afirmam que a área de seção de cisalhamento na zona de punção é significativamente menor por causa das cavidades formadas pelos vazios.

As estimativas foram calculadas de acordo com o ACI 318-14 e EC2 e comparadas com os resultados experimentais. Além disso, os autores desenvolveram um novo método de cálculo para determinar a resistência à punção de lajes vazadas baseado no código EC2 e foram verificados com os resultados experimentais e de outros autores.

Figura 2.17 – Características das lajes BPR1-1 and BPR1-2 ensaiadas por Valivonis *et al.* (2017)

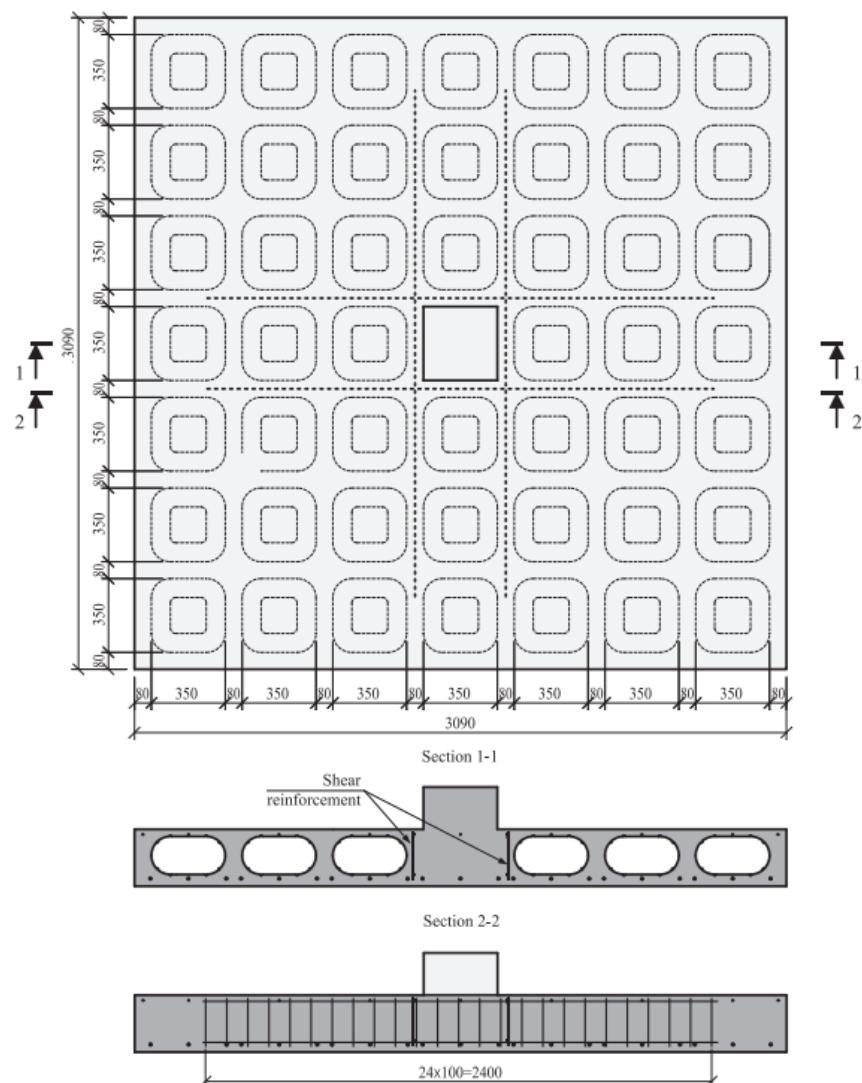


Figura 2.18 – Características das lajes BPR2-1 and BPR2-2 ensaiadas por Valivonis *et al.* (2017)

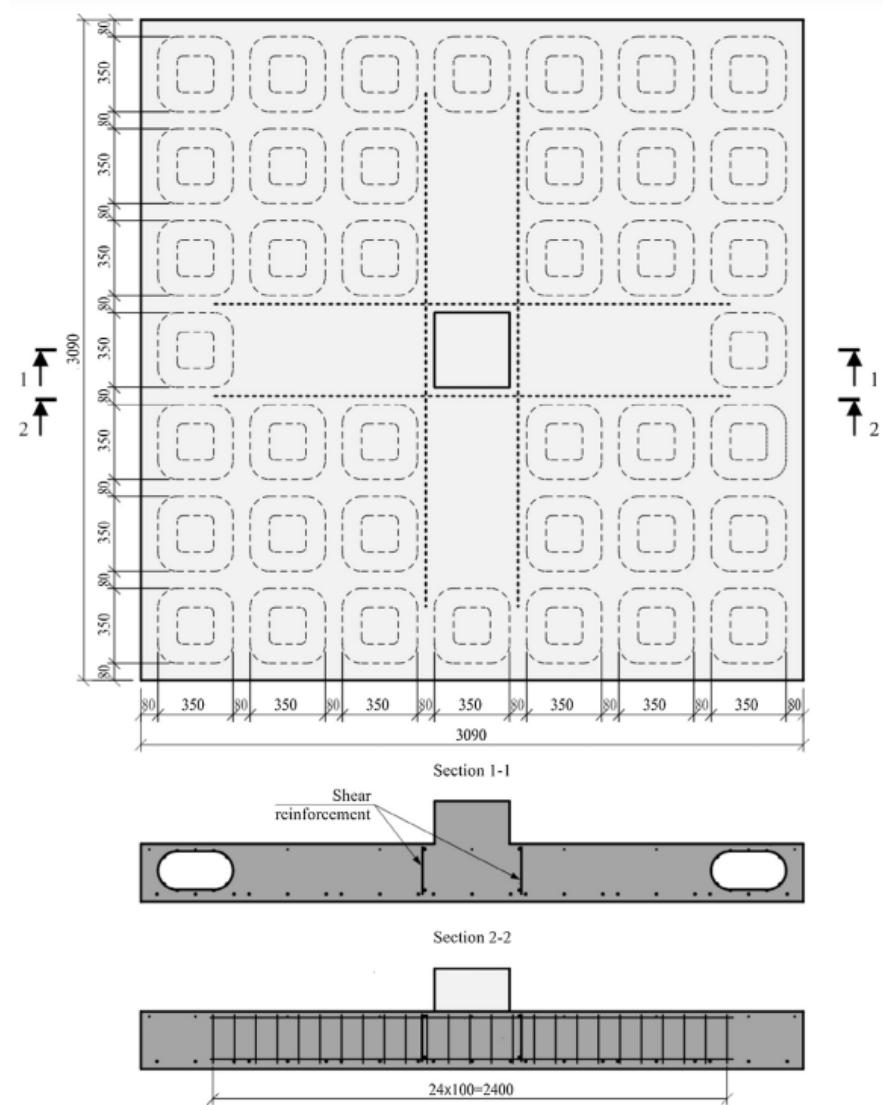
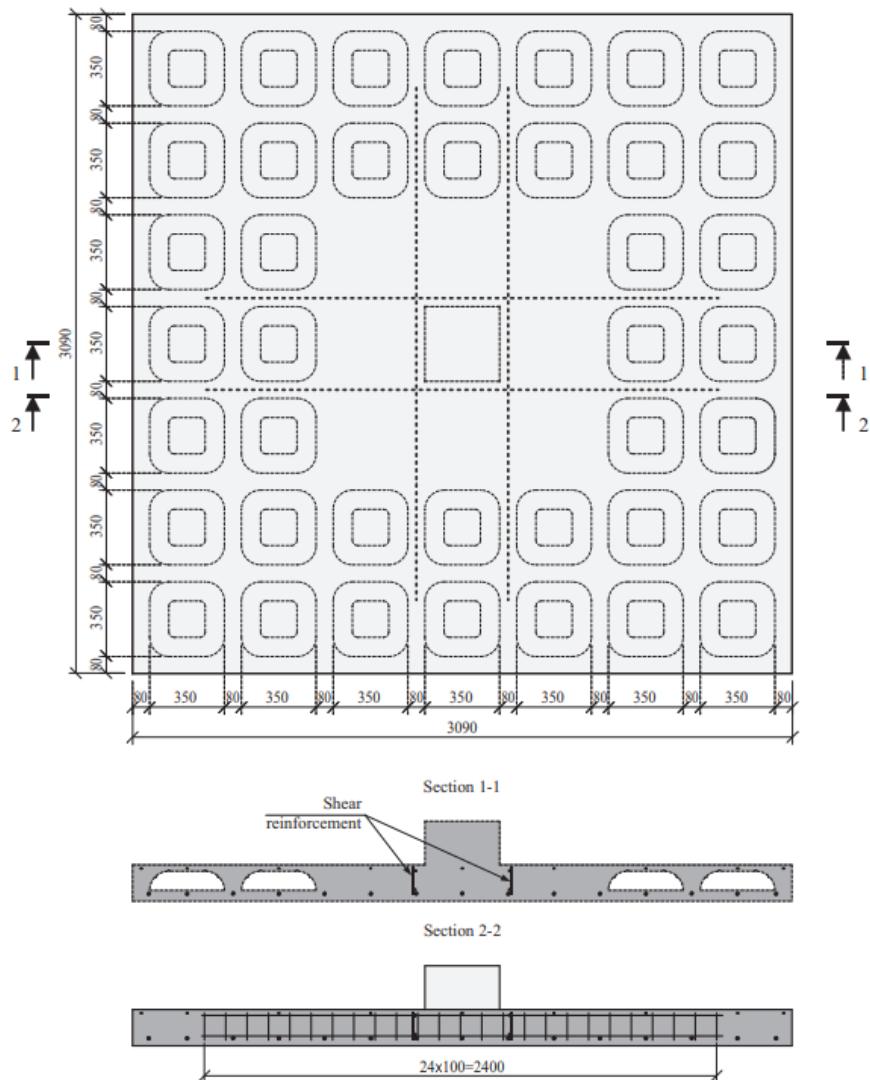


Figura 2.19 – Características das lajes BPR3-1 and BPR3-2 ensaiadas por Valivonis *et al.* (2017)



Os autores concluíram que as lajes vazadas apresentam significativamente menor resistência à punção do que lajes lisas. Portanto, a verificação da resistência à punção deste tipo de laje é muito importante. Os ensaios deixaram evidente que a zona de punção deve ser construída sem vazios, pois a resistência à punção é aproximadamente 43% menor com vazios do que sem vazios. Outro fato importante também observado foi que as vigas-faixas, com uma largura de $2d$, pode aumentar a resistência à punção em até 44% e ainda assim é 18% menor do que a zona sem vazios. Os ensaios também deixaram claro que todos os tipos de espécimes apresentaram modo de ruptura semelhante.

Em relação às estimativas de normas, quando a área vazada não é computada, a resistência à punção calculada de acordo com o ACI foi de 21 a 60% menor que os resultados experimentais. Já o EC2 apresentou valores de 21 a 50% menores que os experimentais. Isto mostra que a dedução da área vazada influencia na acurácia dos resultados. Uma metodologia para o cálculo do perímetro crítico efetivo foi sugerida em relação ao proposto pelo EC2. Quando isso foi realizado, observou-se uma diferença de apenas 6% em relação aos resultados experimentais e de 7 a 23% com os resultados de outros autores.

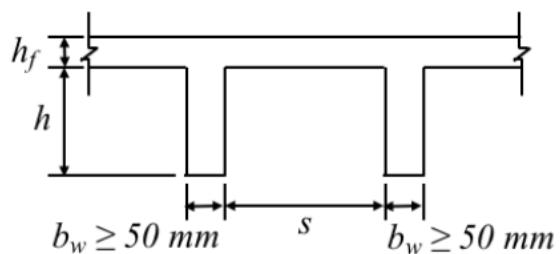
2.5. RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

2.5.1. NBR 6118 (ABNT, 2014)

2.5.1.1. Resistência ao cisalhamento

Para lajes nervuradas, a norma brasileira recomenda que as nervuras tenham largura mínima (b_w) de 50 mm e que a espessura da mesa (h_f) seja de pelo menos 40 mm. Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos das nervuras menor ou igual a 650 mm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, conforme mostrado na Figura 2.20.

Figura 2.20 – Geometria da laje nervura de acordo com o NBR



A NBR 6118 (2014) permite calcular a resistência das nervuras, sem armadura de cisalhamento por meio da Equação 2.4.

$$V_{R_{NBR}} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.4}$$

Onde,

$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctk}$, é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$$f_{ctk} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

ρ_l é a taxa de armadura longitudinal da nervura, não superior a que 0,02;

$k = |1,6 - d|$, não menor que 1, com d em metros;

d é a altura útil da nervura;

b_w largura da nervura.

2.5.1.2. Resistência à punção

De acordo com a norma brasileira, a carga de punção (V_{P_NBR}) estimada para lajes nervuradas, sem armadura de punção, é dada pela Equação 2.5. A NBR 6118 não limita o efeito de tamanho (ξ) e nem a taxa de armadura longitudinal (ρ_l), como a norma europeia EC2.

$$V_{P_{NBR}} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.5}$$

Onde,

f_{ck} é a resistência à compressão do concreto em MPa;

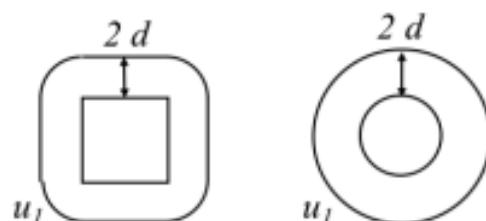
ρ_l é a taxa de armadura longitudinal;

$\xi = \sqrt{1 + 200/d}$ é o efeito de tamanho (*size effect*), com d em mm;

d é a altura útil da laje;

u_1 é o perímetro de controle de acordo com a Figura 2.21.

Figura 2.21 - Perímetro de controle de acordo com o NBR.

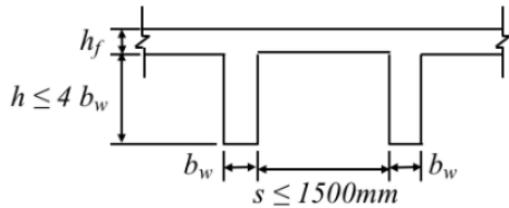


2.5.2. EUROCODE 2 (2004)

2.5.2.1. Resistência ao cisalhamento

O código europeu EC2 (2004) recomenda para lajes nervuradas que o espaçamento entre as faces das nervuras não ultrapasse 1500 mm, a altura da nervura (h) não exceda 4 vezes a sua largura (b_w) e que a espessura da mesa (h_f) seja pelo menos a maior entre estes dois fatores: ($s/10$) ou (50 mm), conforme mostrado na Figura 2.22.

Figura 2.22 – Geometria da laje nervura de acordo com o EC2.



Para nervuras sem armadura de cisalhamento, o EC2 permite calcular a resistência ao cisalhamento através da Equação 2.6.

$$V_{R_{EC2}} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.6}$$

Onde,

f_{ck} é a resistência à compressão do concreto em MPa;

ρ_l é a taxa de armadura longitudinal da nervura, não superior a que 0,02;

$\xi = \sqrt{1 + 200/d} \leq 2,0$ é o efeito de tamanho (*size effect*), com d em mm;

d é a altura útil da nervura;

b_w largura da nervura.

2.5.2.2. Resistência à punção

De acordo com o código europeu, a carga de punção estimada ($V_{P_{EC2}}$) para lajes sem armadura de punção é dada pela Equação 2.7.

$$V_{P_{EC2}} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.7}$$

Onde,

f_{ck} é a resistência à compressão do concreto em MPa;

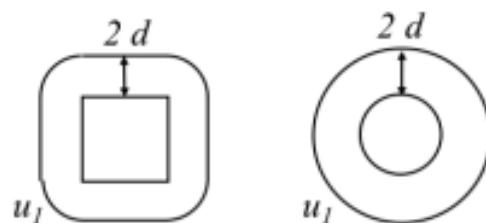
ρ_l é a taxa de armadura longitudinal, não superior a que 0,02;

$\xi = \sqrt{1 + 200/d} \leq 2,0$ é o efeito de tamanho (*size effect*), com d em mm;

d é a altura útil da laje;

u_1 é o perímetro de controle de acordo com a Figura 2.23.

Figura 2.23 - Perímetro de controle de acordo com o EC2.

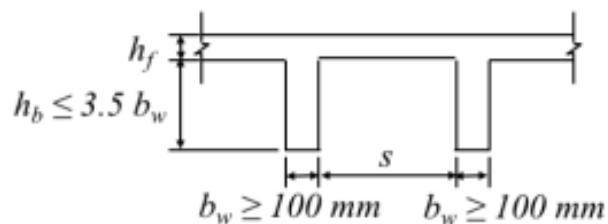


2.5.3. ACI 318M-14 (2014)

2.5.3.1. Resistência ao cisalhamento

Para lajes nervuradas, a norma americana recomenda que as nervuras tenham largura mínima (b_w) de 100 mm, altura máxima (h_b) de 3,5 vezes a largura mínima da nervura e espaçamento máximo entre as faces das nervuras (s) de 750 mm, conforme esquema apresentado na Figura 2.24.

Figura 2.24 – Geometria da laje nervura de acordo com o ACI 318.



Para nervuras sem armadura de cisalhamento, o ACI 318 permite estimar a resistência ao cisalhamento pela Equação 2.8.

$$V_{R_{ACI}} = 0,17 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde,

f'_c é a resistência à compressão do concreto limitada a 70 MPa;

b_w largura da nervura;

d é a altura útil da nervura.

2.5.3.2. Resistência à punção

De acordo com a norma americana, a carga de punção estimada ($V_{P_{ACI}}$), para lajes sem armaduras de combate a punção, é a menor entre as Equações 2.9, 2.10 e 2.11.

$$V_{P_{ACI}} = 0,33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.9}$$

$$V_{P_{ACI}} = 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.10}$$

$$V_{P_{ACI}} = 0,17 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{u_1}\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde,

f'_c é a resistência à compressão do concreto limitada a 70 MPa;

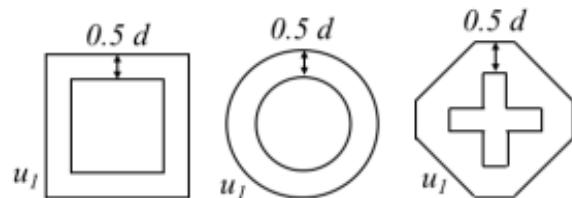
β_c é a razão entre a maior e menor dimensão do pilar;

α_s é uma constante que assume o valor igual a 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

d é a altura útil da laje;

u_1 é o perímetro de controle de acordo com a Figura 2.25.

Figura 2.25 - Perímetro de controle de acordo com o ACI 318.



3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1. Apresentação das Lajes

Foram confeccionadas 12 lajes nervuradas de concreto armado, quadradas com lados iguais a 1800 mm e espessura de 150 mm. Os painéis foram fabricados na escala de 1/2 (ver figuras de 3.2 a 3.5) baseados nas dimensões das cubetas disponíveis no mercado para lajes nervuradas, conforme mostrado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Dimensões das cubetas disponíveis no mercado (Disponível em: [folder eletronico 13_04_09.cdr \(roformas.com\)](http://roformas.com/))

RO 180	Dimensões das Fórmas	Altura livre da Fórmula (mm)	Espessura de Capa (mm)	Altura Total (mm)	Largura da Nervura			Área de Seção (cm²)	Volume Vazio		Peso Próprio KN/m²	Volume Concreto m³/m²
					Inferior	Superior	Média (mm)		Forma (m³)	m² m³/m²		
			50	230	100	160	130	534	0,040	0,111	2,98	0,119
	600x600x180	180	60	240				594			3,23	0,129
			70	250				654			3,47	0,139

As peças foram ensaiadas até a ruptura, avaliando-se o comportamento ao longo da aplicação da carga e seu modo de ruína. Nenhuma das lajes possui armadura de cisalhamento nas nervuras. A taxa da armadura de flexão na região maciça foi a mesma para todas as lajes.

As variáveis deste estudo são: a taxa de armadura de flexão das nervuras ($\rho_{nervura}$) e a espessura da capa da laje (C). As lajes foram divididas dois grupos: grupo 1 e grupo 2, onde no primeiro as lajes são organizadas de acordo a taxa de armadura (S1, S2 e S3) e no segundo elas são arranjadas conforme a espessura da capa (C0, C40, C55 e C70), conforme descrições apresentadas nas tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente.

Nas tabelas a letra S refere-se a *steel* (aço) e o número ao seu lado indica a quantidade de barras e a letra “C” refere-se a capa da laje e o numeral que o acompanha indica a espessura da capa em *mm*. Portanto, a nomenclatura das lajes partiu da combinação entre esses dois grupos. Vale

ressaltar que nos dois grupos são utilizadas as mesmas lajes, ou seja, esta divisão em grupos foi realizada apenas para apresentar os resultados de forma mais clara e organizada. As figuras de 3.2 a 3.5 apresentam as dimensões da geometria dos modelos das lajes.

Figura 3.2 – Geometria das lajes do grupo 2 (C0)

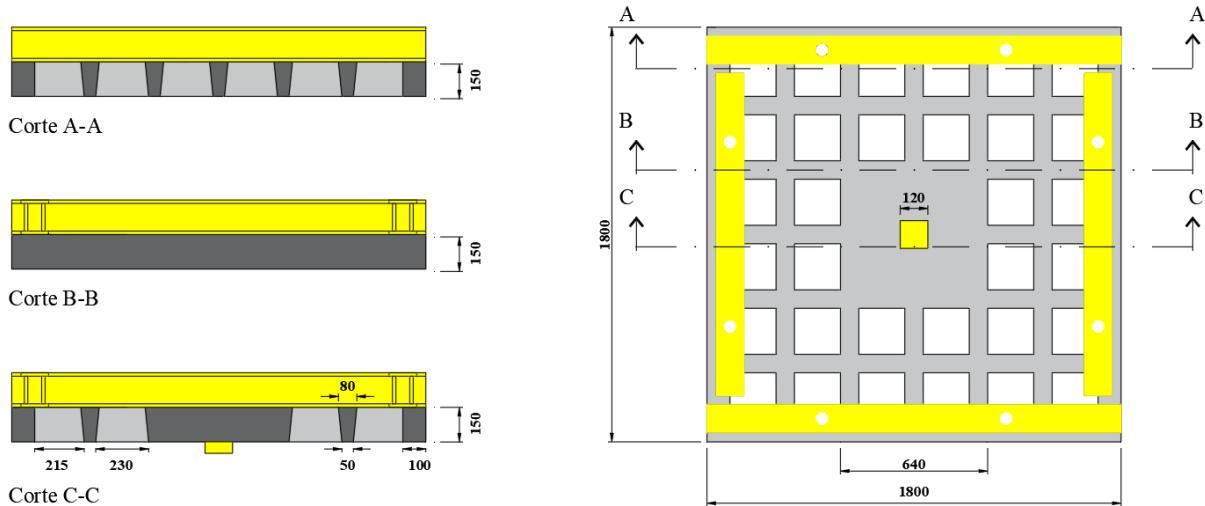


Figura 3.3 – Geometria das lajes do grupo 2 (C40)

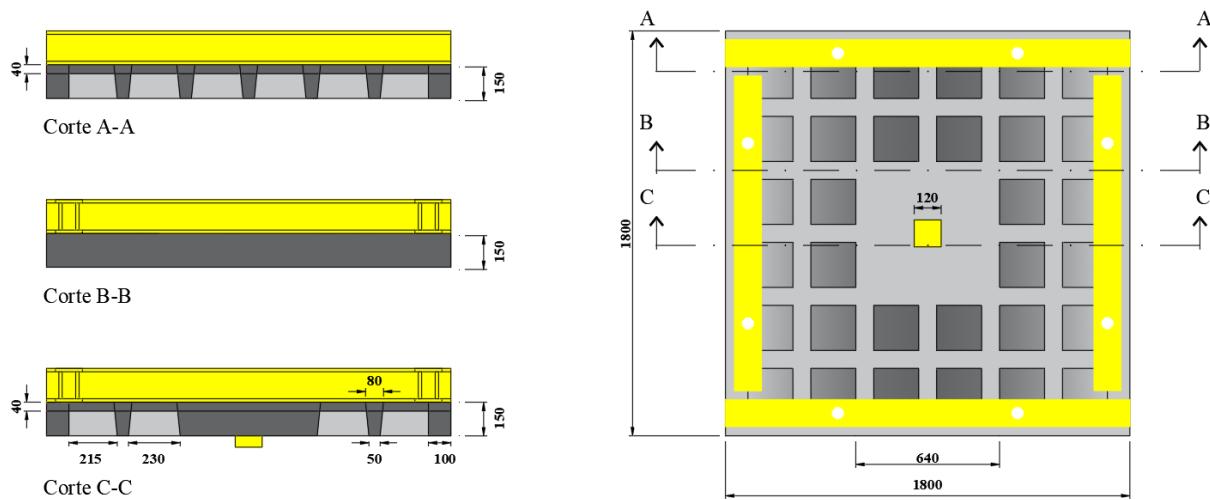


Figura 3.4 – Geometria das lajes do grupo 2 (C55)

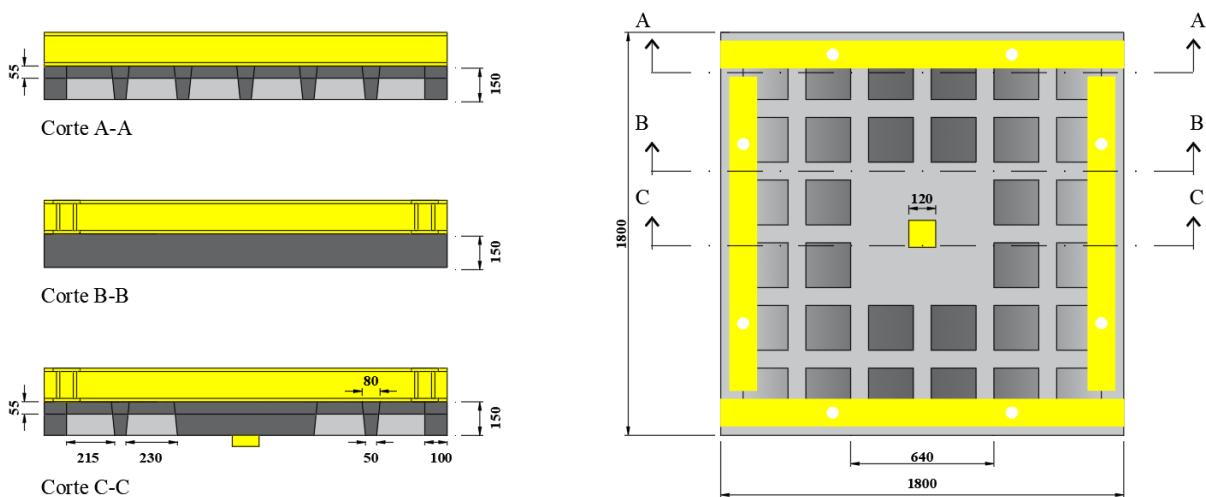


Figura 3.5 – Geometria das lajes do grupo 2 (C70)

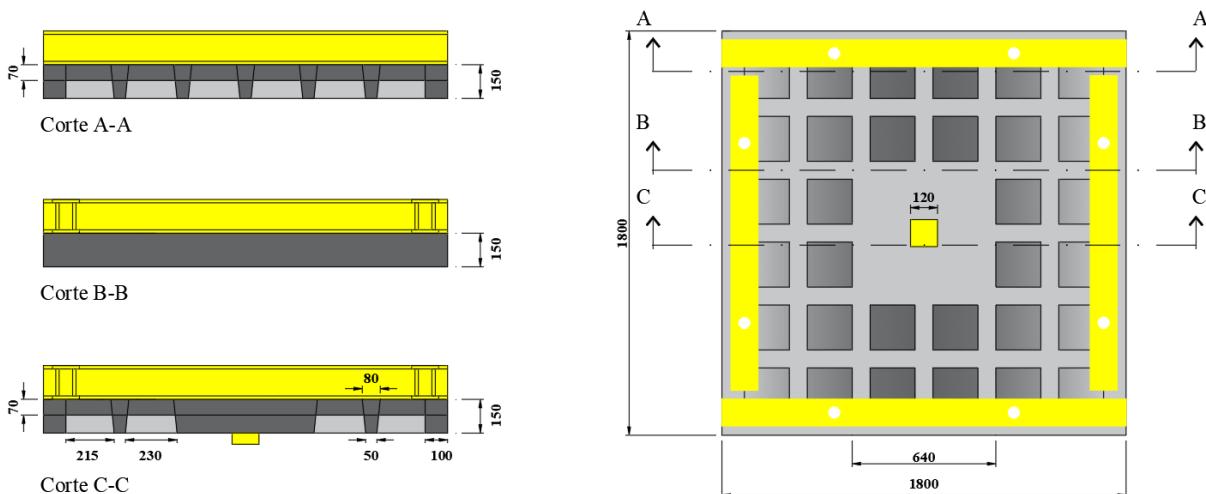


Tabela 3.1 – Principais características das lajes organizadas em função da taxa de armadura

Grupo 1	Laje	Nº de nervuras convergentes (n)	$\rho_{maciço}$ (%)	$\rho_{nervura}$ (%)	f_c (MPa)	b_w (mm)	d (mm)
S1	S1C0	12	2,0	1,5	31,0	65,0	131,2
	S1C40	12	2,0	1,5	31,0	65,0	127,0
	S1C55	12	2,0	1,5	31,0	65,0	127,0
	S1C70	12	2,0	1,5	31,0	65,0	131,3
S2	S2C0	12	2,0	3,0	31,0	65,0	128,0
	S2C40	12	2,0	3,0	31,0	65,0	128,0
	S2C55	12	2,0	3,0	31,0	65,0	126,0
	S2C70	12	2,0	3,0	31,0	65,0	127,5
S3	S3C0	12	2,0	4,5	31,0	65,0	126,0
	S3C40	12	2,0	4,5	31,0	65,0	125,0
	S3C55	12	2,0	4,5	31,0	65,0	138,0
	S3C70	12	2,0	4,5	31,0	65,0	136,0

Tabela 3.2 – Principais características das lajes organizadas em função da espessura da capa

Grupo 2	Laje	Nº de nervuras convergentes (n)	$\rho_{maciço}$ (%)	$\rho_{nervura}$ (%)	f_c (MPa)	b_w (mm)	d (mm)
C0	S1C0	12	2,0	1,5	31,0	65,0	131,2
	S2C0	12	2,0	3,0	31,0	65,0	128,0
	S3C0	12	2,0	4,5	31,0	65,0	126,0
C40	S1C40	12	2,0	1,5	31,0	65,0	127,0
	S2C40	12	2,0	3,0	31,0	65,0	128,0
	S3C40	12	2,0	4,5	31,0	65,0	125,0
C55	S1C55	12	2,0	1,5	31,0	65,0	127,0
	S2C55	12	2,0	3,0	31,0	65,0	126,0
	S3C55	12	2,0	4,5	31,0	65,0	138,0
C70	S1C70	12	2,0	1,5	31,0	65,0	131,3
	S2C70	12	2,0	3,0	31,0	65,0	127,5
	S3C70	12	2,0	4,5	31,0	65,0	136,0

A largura da região maciça foi projetada de acordo o perímetro crítico sugerido pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Dessa forma, adotando uma altura útil $d = 130$ mm e utilizando um pilar

quadrado de lado igual a 120 mm, a largura de um dos lados do perímetro crítico é igual a 640 mm.

As dimensões das lajes desta pesquisa foram baseadas em uma estrutura real na escala de 1/2. A delimitação do comprimento da laje em planta foi baseada nas linhas de momento fletor nulo, no ponto de inflexão, a um raio de aproximadamente 0,22 de l , sendo l o vão da laje entre pilares.

3.2. Armadura de Flexão

3.2.1. Armadura principal

A armadura de flexão negativa das lajes foi composta por barras do tipo CA-50, posicionadas na região superior e dispostas nas duas direções (formato de cruz). A escolha das bitolas das barras buscou atender as taxas de armaduras calculadas para as lajes romperem por cisalhamento nas nervuras, evitando dessa forma a ruptura por flexão e por punção. Para as lajes com taxa igual a 1,5% foi adotada (1 barra de $\varnothing = 12,5$ mm na nervura), com taxa igual a 3,0% (2 barras de $\varnothing = 12,5$ mm) e com taxa igual a 4,5% (3 barras de $\varnothing = 12,5$ mm). Nas nervuras de bordas foram utilizadas 2 barras de $\varnothing = 10,0$ mm e na região maciça de todas as lajes foram utilizadas 13 barras de $\varnothing = 12,5$ mm, incluindo as barras das nervuras que convergem para o maciço. As figuras de 3.6 a 3.9 mostram o esquema de armação das lajes.

3.2.2. Armadura secundária

A armadura de distribuição foi composta por 5 barras de $\varnothing = 5,0$ mm em cada direção, sendo utilizada apenas uma barra na face comprimida de cada nervura (exceto nas nervuras das bordas), conforme pode ser observado nas figuras de 3.6 a 3.9.

Figura 3.6 – Armadura de flexão das lajes com capa 0 e taxa variável (S1,S2 e S3)

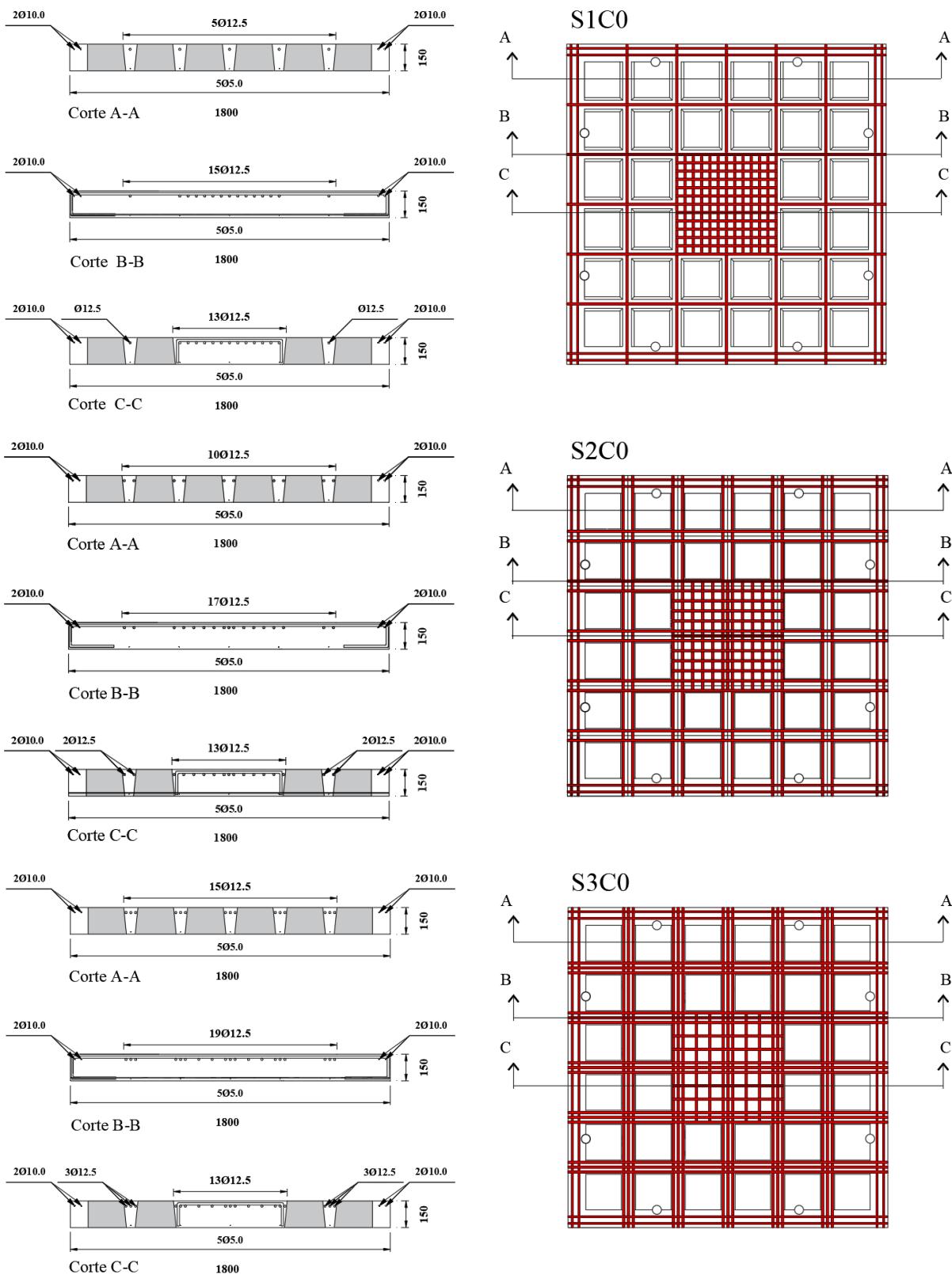


Figura 3.7 – Armadura de flexão das lajes com capa 40 e taxa variável (S1,S2 e S3)

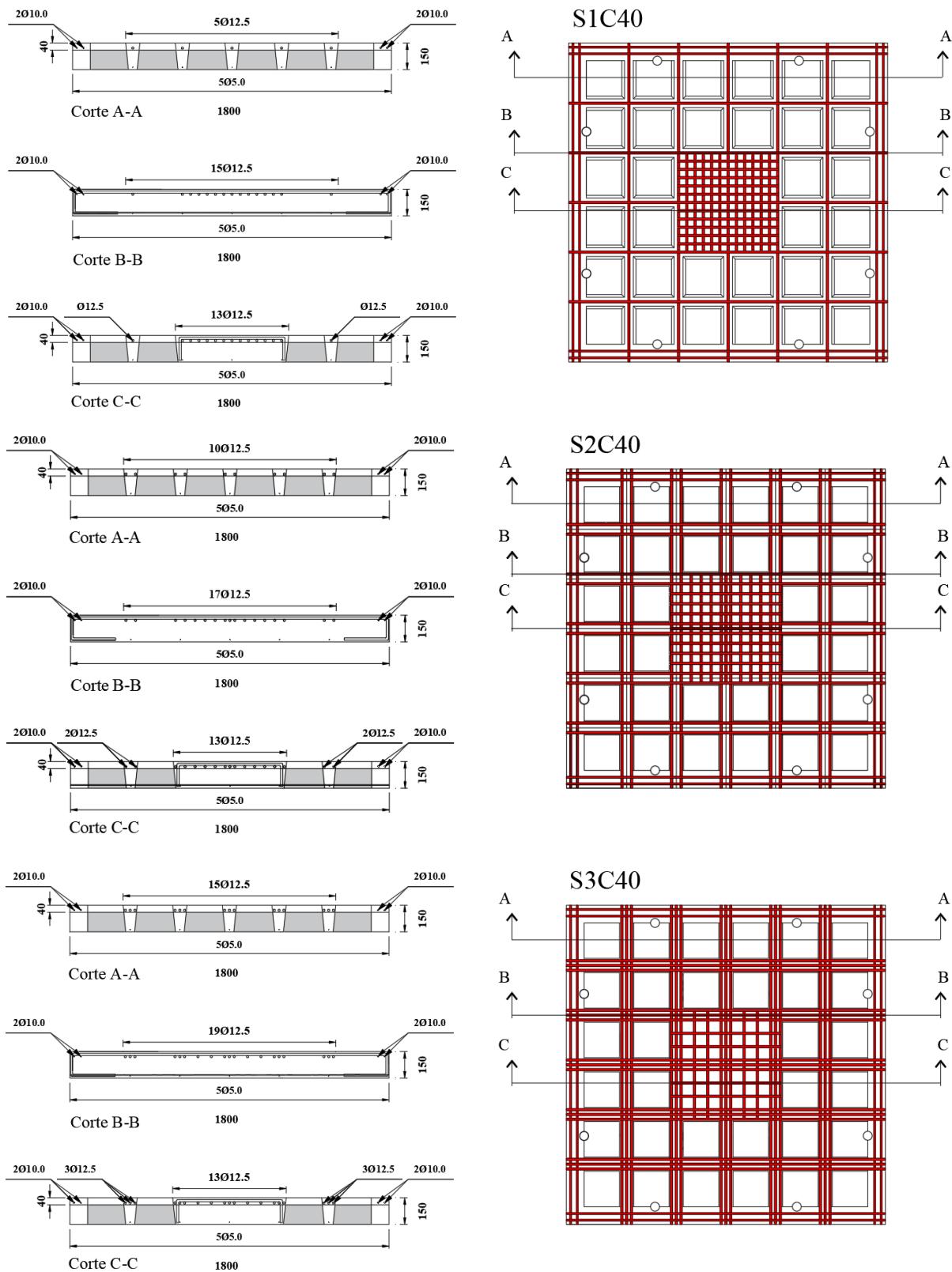


Figura 3.8 – Armadura de flexão com capa 55 e taxa variável (S1,S2 e S3)

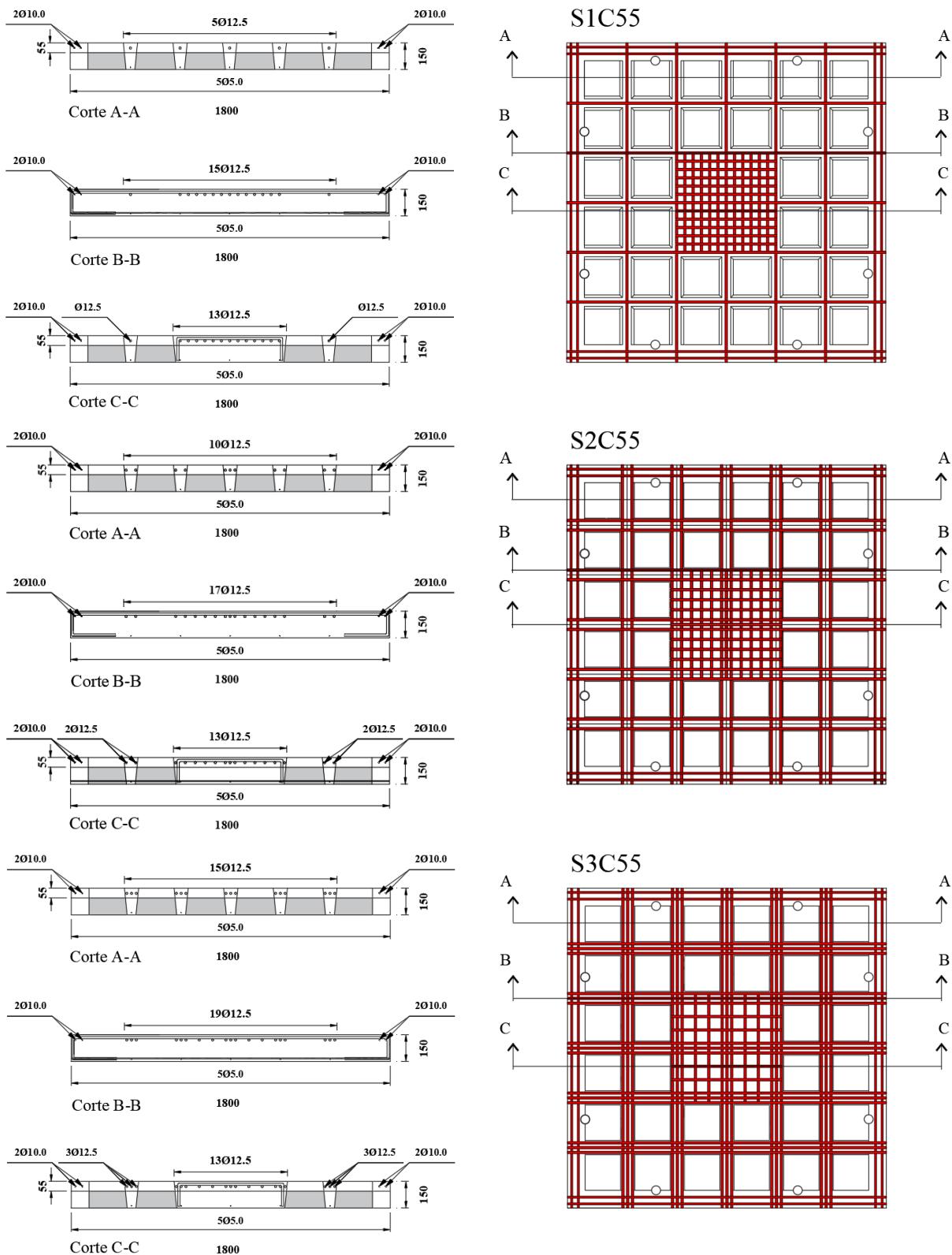
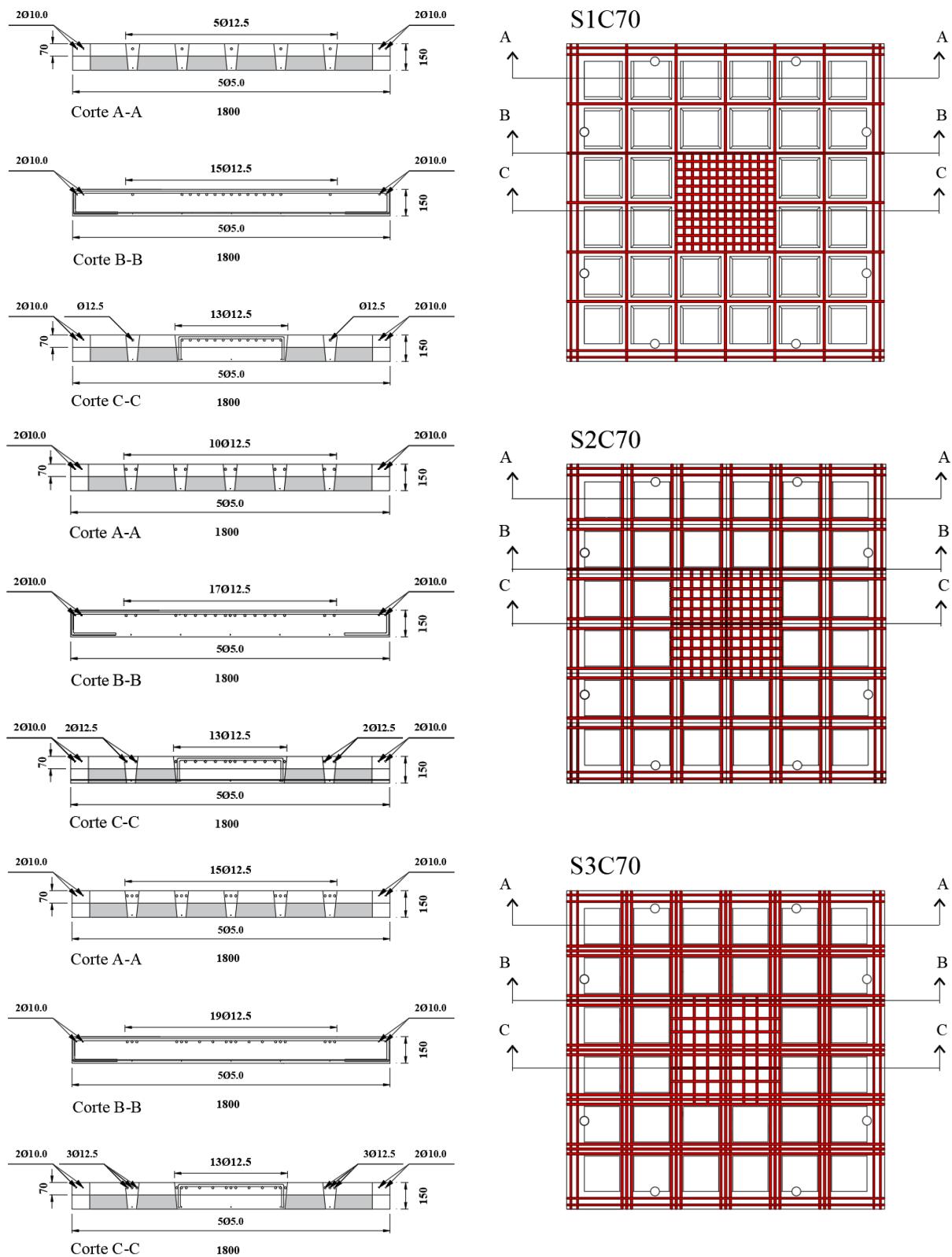


Figura 3.9 – Armadura de flexão das lajes com capa 70 e taxa variável (S1,S2 e S3)



3.3. Caracterização dos Materiais

3.3.1. Concreto

O concreto utilizado nas lajes foi usinado e a partir dos ensaios dos corpos de provas corpos de prova 100 mm x 200 mm aos 28 dias foram determinadas a resistência à compressão axial, resistência à tração por compressão diametral e módulo de elasticidade de acordo com as normas NBR 5739 (ABNT, 2007), NBR 7222 (ABNT, 2011) e NBR 8522 (ABNT, 2008), respectivamente.

3.3.2. Aço

Foram ensaiadas três amostras de cada diâmetro utilizado para determinar as propriedades mecânicas do aço que põe as armaduras das lajes (armadura de flexão negativa e de composição). Os ensaios seguiram os critérios recomendados de acordo com a NBR 6892 (ABNT, 2013) em amostras de comprimento igual a 500 mm.

3.4. Moldagem, Concretagem, Cura e Desformação

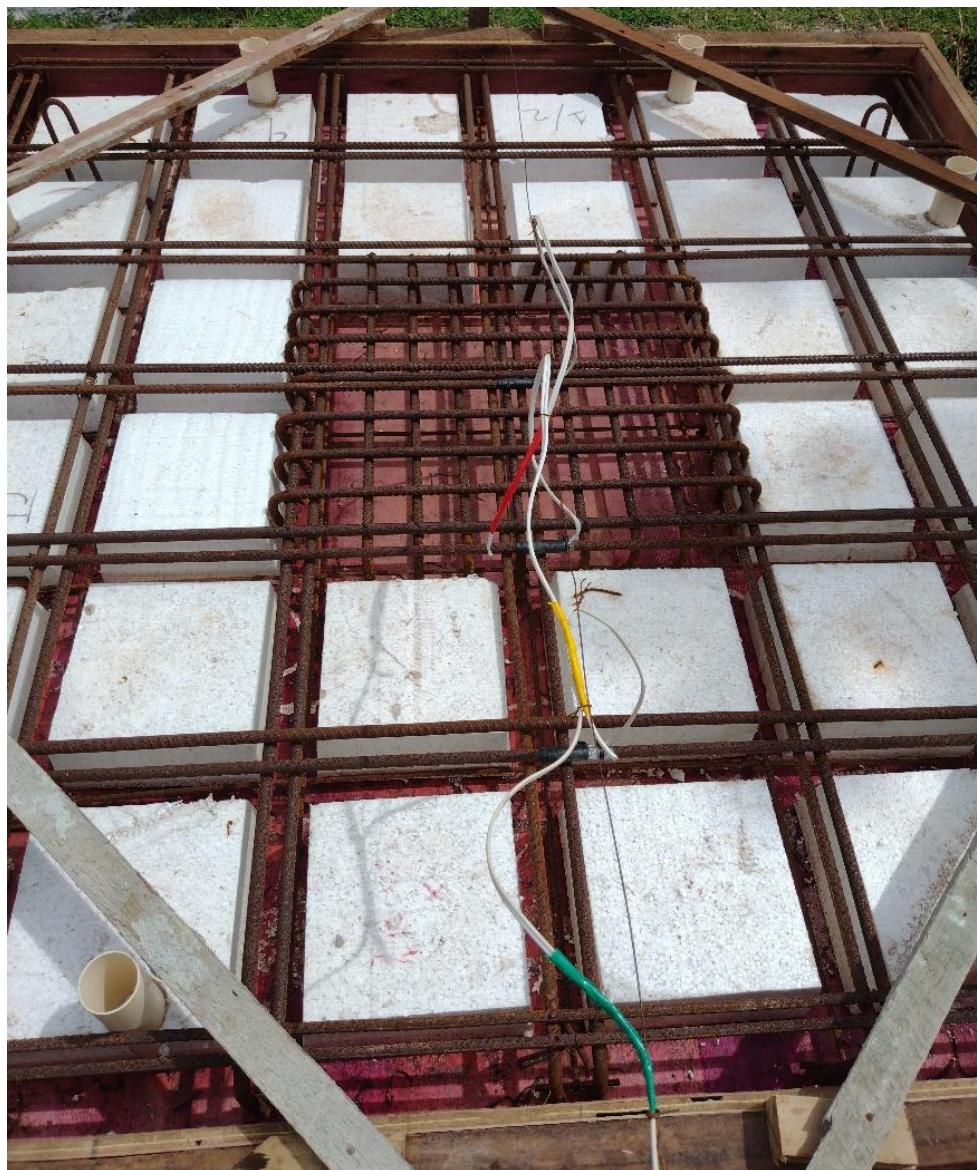
Para a confecção das lajes foram utilizadas formas de madeira, e para facilitar a passagem dos tirantes através dela, que seriam utilizados no sistema de ensaio, foram fixados tubos de PVC de 50 mm de diâmetro no fundo da forma. Antes da concretagem, as formas receberam uma camada de óleo lubrificante para facilitar a desmoldagem. São apresentadas na Figura 3.10 as formas posicionadas antes da concretagem.

Figura 3.10 - Formas de madeiras utilizadas na confecção das lajes



O processo de formação das nervuras se iniciou através da marcação das posições dos blocos de EPS nas formas e, posterior fixação destes às mesmas. Na Figura 3.11 é apresentado uma forma com os blocos de EPS devidamente fixados.

Figura 3.11 - Blocos de EPS fixados à forma



Finalizada a etapa de fixação dos elementos de enchimento, deu-se início a colocação das armaduras que foram previamente montadas de acordo com o detalhamento de cada laje (ver tópico 3.2).

Na concretagem das lajes, empregou-se concreto usinado dosado para uma resistência de 30 MPa com agregado graúdo de seixo rolado com dimensão máxima característica de 19 mm. O lançamento do concreto foi realizado diretamente nas formas, obedecendo às recomendações

da NBR 14931 (ABNT, 2023). O adensamento do concreto foi realizado de forma mecânica através de um vibrador de imersão.

Simultaneamente ao início da concretagem das lajes, realizou-se o ensaio de abatimento do tronco de cone, ou *Slump Test*, onde se verificou um abatimento de 20 ± 2 mm. Finalizada a concretagem, as superfícies das lajes foram. Nas figuras de 3.12 a 3.14 são apresentadas as etapas de concretagem das lajes.

Figura 3.12 - Lançamento do concreto na fôrma



Figura 3.13 - Adensamento e regularização da superfície de concreto



Figura 3.14 - Ensaio de abatimento do tronco de cone (*Slump Test*)



Para evitar fissuras de retração e, consequentemente, perda da resistência do concreto, realizou-se a cura das lajes por meio do método de revestimento saturado (saco de aniagem), tendo início 4 horas após o término da concretagem. As lajes foram molhadas regularmente 3 vezes ao dia, durante 7 dias. Os corpos de prova moldados para os ensaios de determinação das propriedades mecânicas do concreto foram submetidos ao mesmo processo de cura das lajes. Na Figura 3.15 é mostrado o processo de cura das lajes. A retirada das formas ocorreu 14 dias após a concretagem das lajes.

Figura 3.15 - Cura das lajes e dos corpos de prova utilizando sacos de aniagem



Após o processo de desforma das lajes, iniciou-se os procedimentos de preparação das lajes para os ensaios, começando com a retirada manualmente, com a utilização de uma cavadeira reta, dos blocos de EPS para a visualização das nervuras no momento do ensaio, conforme pode ser observado na Figura 5.16. Através da Figura 3.17 são apresentadas as lajes armazenadas após a retirada de todo material de enchimento e prontas para serem ensaiadas.

Figura 3.16 - Retirada dos blocos de EPS



Figura 3.17 – Armazenamento das lajes



3.5. Sistema de Ensaio e Instrumentação

3.5.1. Sistema de ensaio

Os ensaios das lajes foram realizados no laboratório de engenharia civil da Universidade Federal do Pará. As lajes foram apoiadas por um sistema contendo um bloco de concreto, um cilindro hidráulico, uma célula de carga e uma chapa metálica representando o pilar. O carregamento ocorreu no sentido vertical, debaixo para cima, por meio de um cilíndrico hidráulico, com capacidade de carga de 100 t_f , conectado a uma bomba hidráulica.

As lajes foram fixadas na parte superior com 4 (quatro) vigas metálicas, 8 (oito) chapas de aço e 8 (oito) porcas, rosqueadas em 8 (oito) tirantes, no qual formavam o sistema de reação.

A aplicação da carga foi realizada de forma crescente e contínua até a ruptura da laje. O carregamento foi quase-estático com controle de carga e velocidade de carregamento de carga de aproximadamente 10 kN/min.

A célula de carga, os potenciômetros e os extensômetros das lajes foram conectados diretamente ao sistema de aquisição de dados Almemo (ver Figura 3.18), com taxa de aquisição de dados igual a 10 Hz durante todo ensaio da laje. Esse sistema de aquisição facilitou o registro dos dados e tornou possível capturar o comportamento das lajes antes, durante e após a ruptura. O sistema de ensaio das lajes é apresentado na Figura 3.19.

Figura 3.18 – Sistema de aquisição de dados



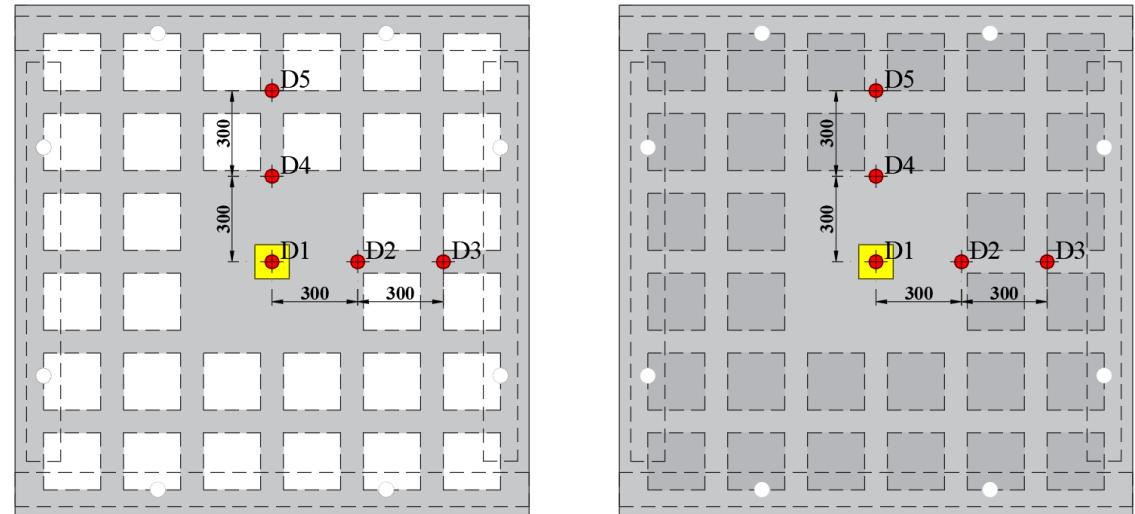
Figura 3.19 - Sistema de ensaio das lajes



3.5.2. Deslocamentos verticais

Os deslocamentos das lajes foram medidos através de réguas potenciométricas, marca Lemaqs, modelo KTC, curso de 1500 mm, resistência 10KOhms com linearidade independente de $\pm 0,05\%$ e Repetibilidade de 0,01 mm. Foi monitorado apenas 1/4 da laje por questão de simetria. Foram utilizados 5 (cinco) aparelhos de medição na parte superior das lajes conforme esquema mostrado na Figura 3.20.

Figura 3.20 – Posicionamento das réguas pontenciométricas nas lajes



Grupo 2 (C0)

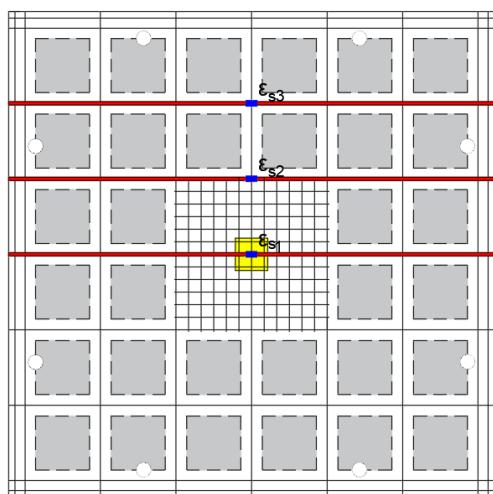


Grupo 2 (C40, C55 e C70)

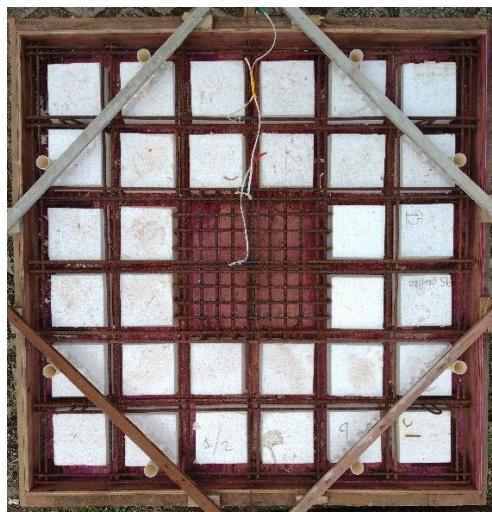
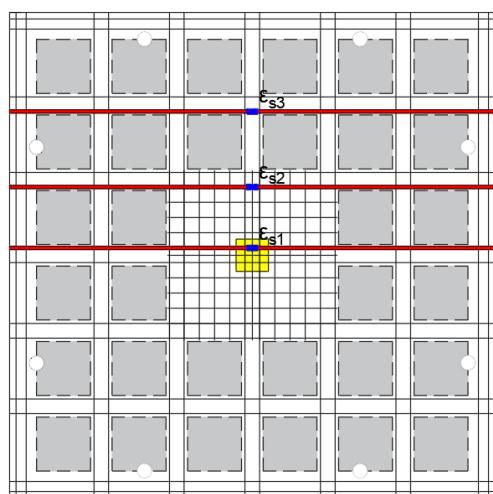
3.5.3. Deformações na armadura de flexão

Na instrumentação das armaduras de flexão foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER) fornecidos pela EXCEL Sensores Ltda, modelos PA-06-125AA-120L, posicionados nos eixos longitudinais das barras a meia altura, para evitar deformações localizadas ocasionadas pela flexão. O esquema de posicionamento dos extensômetros nas barras de aço é apresentado Figura 3.21. Todos os extensômetros foram posicionados nas barras no sentido tangencial ao carregamento.

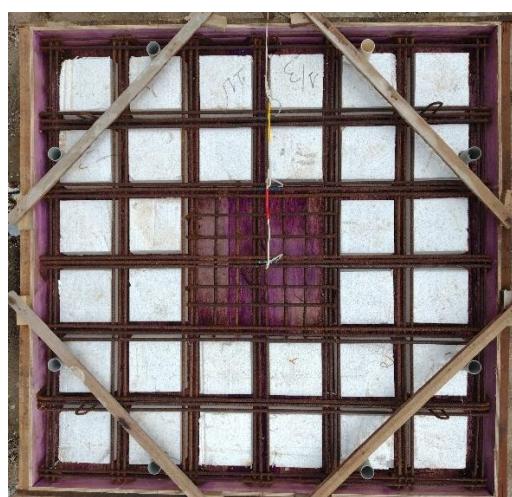
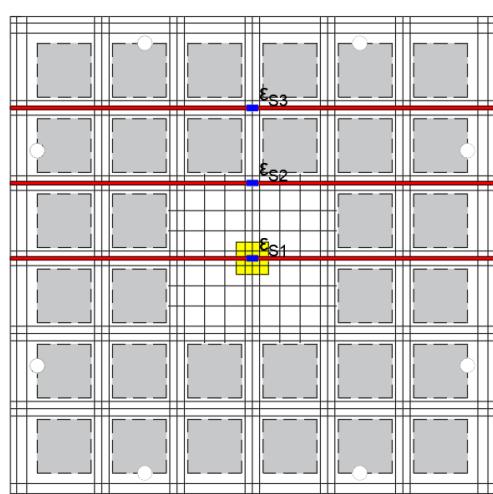
Figura 3.21 - Instrumentação das barras de aço



Grupo 1 (S1)



Grupo 1 (S2)

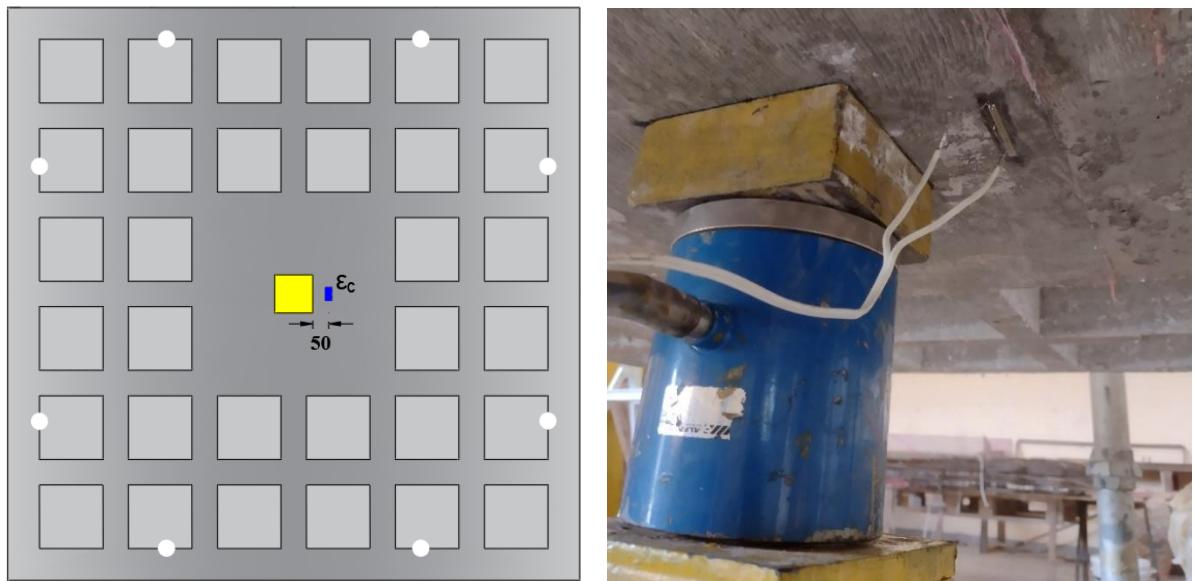


Grupo 1 (S3)

3.5.4. Deformações no concreto

Na instrumentação das lajes foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER) fornecidos pela EXCEL Sensores Ltda PA-06-201BA-120L. O posicionamento dos extensômetros no concreto foi definido com o intuito de se ter as máximas deformações de compressão do concreto. Portanto, a posição ε_c corresponde a uma distância de aproximadamente $0,5 \cdot d$ da face do pilar (ver Figura 3.22).

Figura 3.22 - Instrumentação do concreto



4. ESTIMATIVAS

4.1. Carga de Ruptura Prevista

4.1.1. Resistência ao cisalhamento e a punção

As resistências últimas das lajes ao cisalhamento e a punção foram estimadas de acordo com as normas ACI 318 (2014), EC 2 (2004) e NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme apresentado na tabela 4.1. Foram estimadas tanto ruptura das lajes por punção quanto por cisalhamento nas nervuras. As equações para o dimensionamento foram apresentadas no capítulo 2 deste trabalho. Vale ressaltar que os coeficientes de segurança (γ_f e γ_c), presentes nas normas, foram considerados igual a 1,0.

Tabela 4.1 - Estimativas de resistência das lajes de acordo com as normas de projeto

Laje	Resistência ao Cisalhamento (V)			Resistência à Punção (P)		Modo de Ruptura Previsto	
	V _{NBR} (kN)	V _{EC} (kN)	V _{ACI} (kN)	P _{NBR} (kN)	P _{EC} (kN)		
S1C0	144,8	129,2	93,4	440,5	390,8	238,3	Cisalhamento nas nervuras
S1C40	142,2	126,5	90,4	444,5	368,9	226,8	Cisalhamento nas nervuras
S1C55	142,2	126,5	90,4	444,5	368,9	226,8	Cisalhamento nas nervuras
S1C70	144,9	129,3	93,5	440,4	391,3	238,6	Cisalhamento nas nervuras
S2C0	151,6	140,7	91,1	443,5	374,1	229,5	Cisalhamento nas nervuras
S2C40	151,6	140,7	91,1	443,5	374,1	229,5	Cisalhamento nas nervuras
S2C55	149,5	138,5	89,7	445,5	363,8	224,1	Cisalhamento nas nervuras
S2C70	151,1	140,2	90,8	444,0	371,5	228,1	Cisalhamento nas nervuras
S3C0	149,5	138,5	89,7	445,5	363,8	224,1	Cisalhamento nas nervuras
S3C40	148,4	137,4	89,0	446,5	358,7	221,4	Cisalhamento nas nervuras
S3C55	162,4	151,7	98,3	434,4	427,6	257,4	Cisalhamento nas nervuras
S3C70	160,2	149,5	96,8	436,2	416,6	251,7	Cisalhamento nas nervuras

4.1.2. Resistência à flexão

A resistência à flexão das lajes ensaiadas foi estimada baseada na Teoria das Linhas de Ruptura adotado por Oliveira *et al.* (2003). O padrão das linhas de ruptura adotado está representado na Figura 4.1. Esta resistência à flexão P_{flex} é determinada através da Equação 4.1 em função do momento unitário m_{un} apresentado na Equação 4.2 e de γ_1 e γ_2 dados pelas equações 4.3 e 4.4.

$$P_{flex} = 2 \cdot m_{un} \cdot \left\{ \frac{l_x}{a_y} + \frac{l_y}{a_x} - 2 \cdot \left[\frac{a_y}{a_x} \cdot \gamma_1 + \frac{a_x}{a_y} \cdot \gamma_2 \right] \right\} \quad \text{Equação 4.1}$$

$$m_{un} = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left(1 - 0,5 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ys}}{f'_c} \right) \quad \text{Equação 4.2}$$

$$\gamma_1 = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \left(\frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \left(\frac{a_y}{e_y} - 1 \right)} \quad \text{Equação 4.3}$$

$$\gamma_2 = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \left(\frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \left(\frac{a_x}{e_x} - 1 \right)} \quad \text{Equação 4.4}$$

Onde

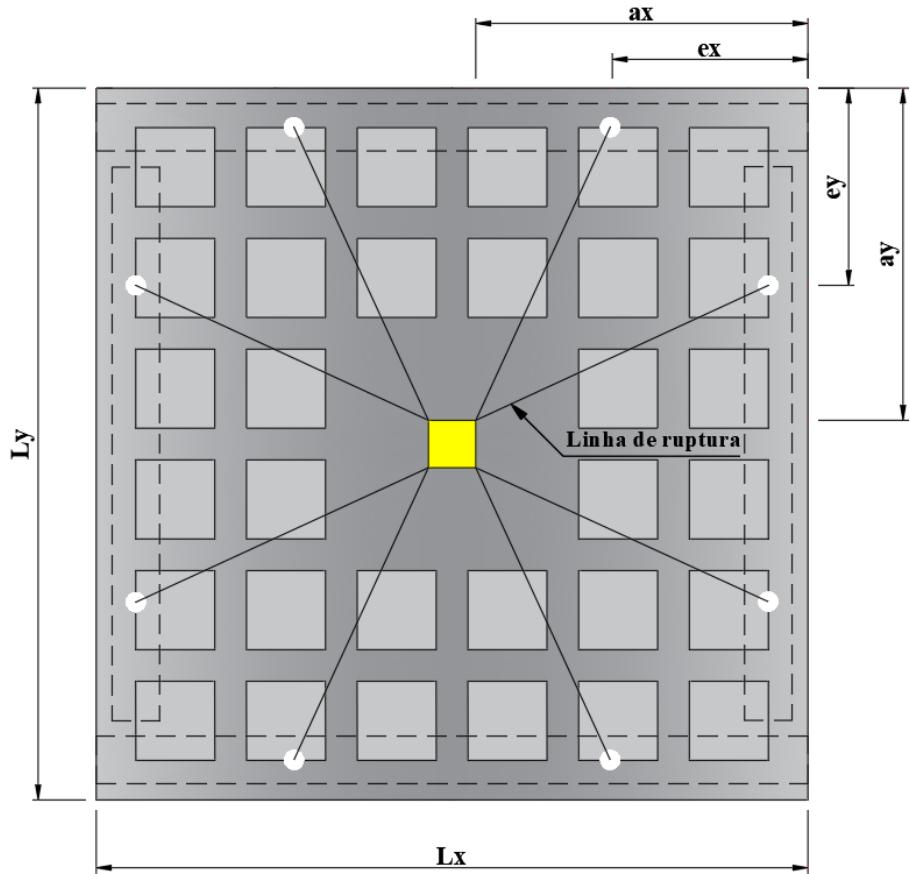
ρ é a taxa de armadura de flexão;

f_{ys} é a tensão de escoamento da armadura;

d é a altura útil e

f'_c é a resistência à compressão do concreto.

Figura 4.1 - Modelo de linha de ruptura adaptado de Oliveira (2003).



Porém, Dias (2003) verificou, que no caso de lajes nervuradas, deve-se transformar a seção T em uma seção retangular equivalente, para o cálculo dos esforços de momento fletor unitário. O autor descreve que esse processo consiste em considerar a espessura equivalente como a espessura de uma placa uniforme que tenha o mesmo comportamento à flexão que a laje nervurada, a partir de sua conversão em placa maciça, considerando a equivalência dos momentos de inércia de seções T à flexão.

Dessa forma, optou-se por utilizar os conceitos de altura equivalente adotados por Dias (2003) para substituição da altura da laje nervurada por uma altura de laje maciça de rigidez equivalente, assumindo que a altura útil equivale a $0,85 \cdot h_{eq}$. Os resultados dos cálculos das alturas equivalentes determinados através da Equação 4.5 e da resistência à flexão das lajes estão apresentados na Tabela 4.2.

$$h_{eq} = \left(\frac{12 \cdot I}{a_1} \right)^{1/3}$$

Equação 4.5

Onde,

h_{eq} é a espessura da laje maciça equivalente;

a_1 é a distância entre os eixos das nervuras;

I é o momento de inércia à flexão da seção transversal “T” não fissurada, em relação ao eixo baricêntrico paralelo ao plano do pavimento.

Tabela 4.2 – Resistência à flexão das lajes

Laje	h (mm)	h_f (mm)	b_w (mm)	b_f (mm)	z_{cg} (mm)	I (mm^4)	a_1 (mm)	h_{eq} (mm)	d_{eq} (mm)	ρ (%)	m_R (N.mm)	P_{flex} (kN)
S1C0	150	0	65	200	75	18281250	265	94	80	2,0	57.223	420
S1C40	150	40	65	200	95	29513874	265	110	94	2,0	78.750	577
S1C55	150	55	65	200	96	29663210	265	110	94	2,0	78.750	577
S1C70	150	70	65	200	95	29818125	265	111	94	2,0	78.750	577
S2C0	150	0	65	200	75	18281250	265	94	80	2,0	57.223	420
S2C40	150	40	65	200	95	29513874	265	110	94	2,0	78.750	577
S2C55	150	55	65	200	96	29663210	265	110	94	2,0	78.750	577
S2C70	150	70	65	200	95	29818125	265	111	94	2,0	78.750	577
S3C0	150	0	65	200	75	18281250	265	94	80	2,0	57.223	420
S3C40	150	40	65	200	95	29513874	265	110	94	2,0	78.750	577
S3C55	150	55	65	200	96	29663210	265	110	94	2,0	78.750	577
S3C70	150	70	65	200	95	29818125	265	111	94	2,0	78.750	577

5. MODELAGEM COMPUTACIONAL

5.1. Software Abaqus

O software utilizado para a análise computacional dos modelos em estudo foi o Abaqus V.6.14, permitindo analisar as lajes em três dimensões, tendo em conta o comportamento não linear dos materiais.

As lajes, chapas e pilares foram modelados como sólidos (*solid*) e discretizados com malha composta por elementos do tipo C3D8R. Já as armaduras foram modeladas com elementos de barras e discretizadas com malha composta por elementos do tipo T3D2. O tamanho da malha de todos os elementos utilizados no modelo foi de aproximadamente 25 mm.

5.2. Especificações de Hardware

O computador utilizado nas modelagens das lajes possui as seguintes configurações de hardware:

- Processador: Intel (R) Core (TM) i7-4790K CPU @ 4 GHz;
- Memória instalada (RAM): 32 GB;
- Tipo de sistema: Sistema Operacional de 64 Bits;
- Placa de vídeo: NVIDIA Quadro K620;
- Unidade Central de Processamento (CPU): *Solid-State Drive* (SSD) de 500GB.

Vale ressaltar que o tempo médio de processamento dos modelos foi de 3 horas.

5.3. Modelo Constitutivo para o Concreto

Para a caracterização do comportamento mecânico do concreto foi utilizado o Modelo de Dano com Plasticidade (*Concrete Damaged Plasticity*), presente na biblioteca do Abaqus. Este modelo permite representar o comportamento não-linear do concreto submetido aos estados de

tensão triaxiais, biaxiais e uniaxiais. Além disso, o modelo é capaz de registrar a degradação da rigidez (dano) e deformações permanentes (plasticidade) característicos do concreto.

O Modelo de Dano Plástico é baseado no modelo proposto por Lubliner *et al.* (1989) e Lee e Fenves (1998). Segundo Kmiecik e Kamiński (2011), este modelo é uma adaptação do modelo de Drucker-Prager, que também é utilizado para representar o comportamento de materiais frágeis. Segundo Abaqus (2014), este modelo destina-se à análise das estruturas de concreto armado sob cargas que podem ser monotônicas, cíclicas ou dinâmicas.

Para a utilização do Modelo de Dano com Plasticidade no Abaqus é necessário definir alguns parâmetros essenciais para a calibração dos modelos conforme será discutido mais adiante no tópico 5.6.

5.3.1. Comportamento do concreto submetido à compressão uniaxial

Para o concreto comprimido, adotou-se uma curva tensão *versus* deformação admitida para análise estrutural não linear, proposta por CEB-FIP (1990) para concretos com valores de $f_{ck} < 80 \text{ MPa}$ e o valor da deformação referente a tensão máxima $\varepsilon_{c1} = 0,0022$ independente da resistência à compressão média do concreto.

A Equação 5.1 representa todo o ramo ascendente da curva e a parte do ramo descendente até $\sigma_c = 0,5 f_{cm}$ e a Equação 5.2 representa a deformação correspondente a essa tensão ($\varepsilon_{c,lim}$).

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \cdot f_{cm} \text{ para } \varepsilon_c < \varepsilon_{c,lim} \quad \text{Equação 5.1}$$

$$\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E_{ci}}{E_{c1}} + 1 \right) + \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E_{ci}}{E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2} \right]^{1/2} \quad \text{Equação 5.2}$$

Onde:

$E_{ci} = E_{c0}[f_{cm}/f_{cm0}]^{1/3}$ é o módulo tangente com $E_{c0} = 21500 MPa$ e $f_{cm0} = 10 MPa$

σ_c é a tensão de compressão do concreto;

ε_c é a deformação de compressão do concreto;

$\varepsilon_{c1} = 0,0022$;

$E_{c1} = f_{cm}/\varepsilon_{c1}$ é o módulo secante da origem até a tensão máxima f_{cm} .

ε_c é a deformação total do concreto comprimido;

$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \sigma_c \cdot E_{ci}^{-1}$ é a deformação inelástica do concreto comprimido;

b_c é uma constante ($0 < b_c \leq 1$)

$\varepsilon_c^{pl} = b_c \cdot \varepsilon_c^{in}$ é a deformação plástica do concreto comprimido.

Para o ramo descendente da curva a partir da $\sigma_c = 0,5 f_{cm}$, a Equação 5.3 representa a relação entre σ_c e ε_c . Na Figura 5.1 são mostradas as curvas utilizadas nos modelos computacionais dadas por essas equações.

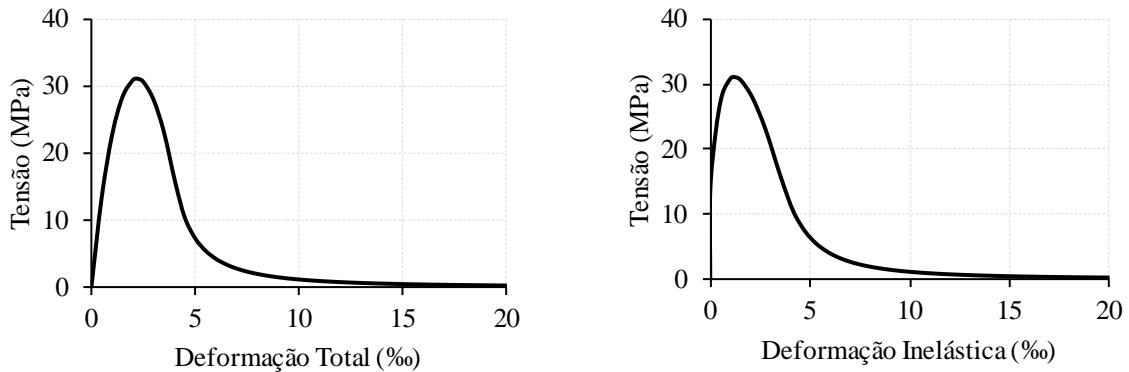
$$\sigma_c = \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1}} \xi - \frac{2}{(\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1})^2} \right) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{4}{\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1}} - \xi \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} f_{cm} \quad \text{Equação 5.3}$$

O valor de ξ deve ser calculado pela Equação 5.4.

$$\xi = \frac{4 \left[\left(\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 2 \cdot \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \right]}{\left[\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2} \quad \text{Equação 5.4}$$

É importante frisar que a curva que a ser inserida no Abaqus deve-se estar em função das deformações inelásticas, e é por meio dessa curva que se calcula a curva de dano, como será visto no tópico 5.3.4, que também deve ser em função das deformações inelásticas.

Figura 5.1 - Comportamento do concreto submetido à compressão uniaxial



5.3.2. Comportamento do concreto submetido à tração uniaxial

O comportamento frágil do concreto é, muitas vezes, caracterizado por uma curva tensão *versus* deformação, representada das seguintes formas: linear, bilinear ou exponencial. Neste estudo, a curva exponencial tensão *versus* deformação proposta por Wang e Hsu (2001) foi utilizada e é expressa pela Equação 5.5. Na Figura 5.2 são mostradas as curvas utilizadas nos modelos computacionais dadas por essas equações.

$$\begin{aligned}\sigma_t &= E_{ci} \cdot \varepsilon_t & \varepsilon_t \leq \varepsilon_{ctm} \\ \sigma_t &= f_{ctm} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ctm}}{\varepsilon_t} \right)^n & \varepsilon_t > \varepsilon_{ctm}\end{aligned}\quad \text{Equação 5.5}$$

Onde:

σ_t é a tensão de tração do concreto;

f_{ctm} é a tensão máxima de tração do concreto;

$\varepsilon_{ctm} = f_{ctm}/E_{ci}$ é a deformação correspondente a máxima tensão de tração do concreto;

n é um parâmetro para calibração do amolecimento (*softening*) do concreto tracionado (adotado $1,0$);

ε_t é a deformação total do concreto tracionado;

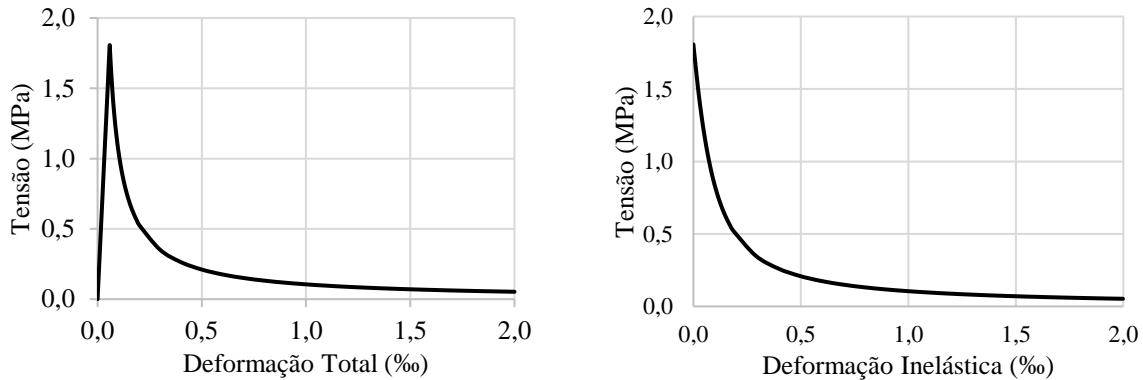
$\varepsilon_t^{in} = \varepsilon_t - \sigma_t \cdot E_{ci}^{-1}$ é a deformação inelástica do concreto tracionado;

A resistência à tração do concreto foi determinada a partir de sua resistência à compressão, de acordo com Genikomsou e Polak (2015), por meio da equação Equação 5.6.

$$f_{ctm} = 0,33 \cdot f_{cm}^{1/2} \quad \text{Equação 5.6}$$

Vale ressaltar que a curva que se deve entrar no Abaqus, deve-se estar em função das deformações inelásticas (*cracking strain*), e é por meio dessa curva que se calcula a curva de dano, como será visto no item 5.3.4, que também deve ser em função das deformações inelásticas.

Figura 5.2 - Comportamento do concreto submetido à tração uniaxial



5.3.3. Comportamento do concreto submetido a carregamento biaxial

Nos últimos anos, diversos estudos foram realizados buscando investigar o comportamento mecânico do concreto sob carregamento biaxial e triaxial. Resultados experimentais obtidos destes estudos mostram que, quando o concreto é solicitado multiaxialmente, seu comportamento mecânico difere daquele observado frente a esforços uniaxiais (BONO, 2008).

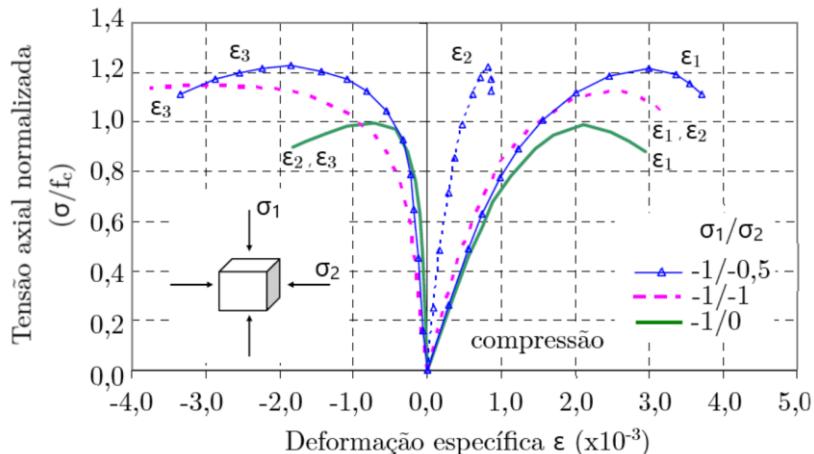
Quando se realizam estudos do comportamento de um material submetido a carregamento multiaxial é importante definir a relação segundo a qual o aumento de tensão é promovido em cada eixo.

Na Figura 5.3 é apresentado um gráfico do comportamento tensão *versus* deformação do concreto submetido à compressão biaxial. As curvas apresentadas são obtidas representando-se o valor da tensão principal normalizada no eixo das ordenadas e a deformação principal correspondente no eixo das abscissas. O comportamento tensão *versus* deformação é representado para as três direções principais e para três relações entre os carregamentos aplicados:

- as curvas azuis representam a situação na qual o carregamento na direção 1 é aplicado com o dobro do valor do carregamento na direção 2;
- as curvas rosas representam a situação na qual o carregamento na direção 1 é aplicado com o mesmo valor do carregamento na direção 2;

- as curvas verdes representam a situação na qual somente é aplicado o carregamento na direção 1 (carregamento uniaxial).

Figura 5.3 - Curva tensão versus deformação para o concreto submetido à compressão biaxial

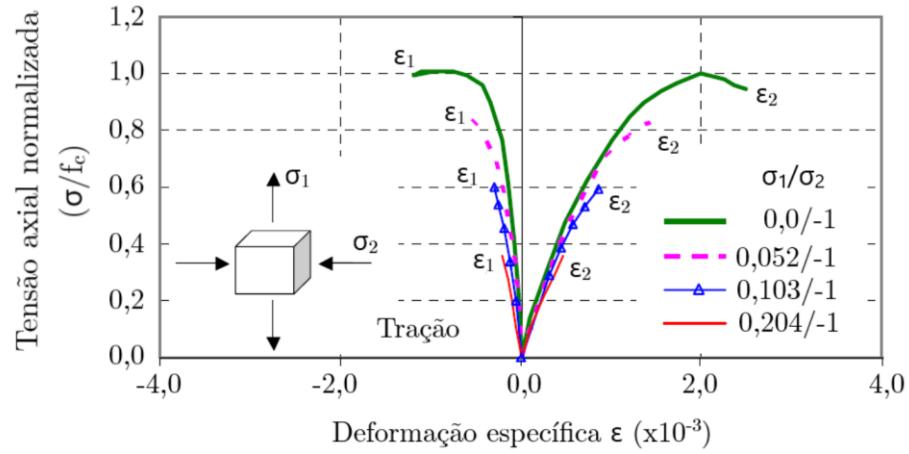


Adaptado de BONO (2008)

Observa-se que a resistência do concreto em compressão biaxial com relação $\sigma_2/\sigma_1 = 1$, é aproximadamente 16% maior do que a resistência obtida no ensaio de compressão uniaxial. O Model Code (CEB-FIP, 2010) apresenta essa relação como função da resistência do concreto, de forma que o aumento da resistência na compressão biaxial situa-se entre 12% e 20% para concretos de até 80 MPa. Para $\sigma_2/\sigma_1=0,5$ este aumento de resistência é de aproximadamente 25%.

Na Figura 5.4 é apresentado um gráfico do comportamento tensão *versus* deformação do concreto submetido a um estado de carregamento biaxial com um esforço de compressão atuando ortogonalmente a um esforço de tração. As curvas representadas na Figura 5.4 são semelhantes àquelas apresentadas na Figura 5.3 para outras relações de incremento das tensões principais. A tensão σ_1 é de tração, enquanto a tensão σ_2 é de compressão.

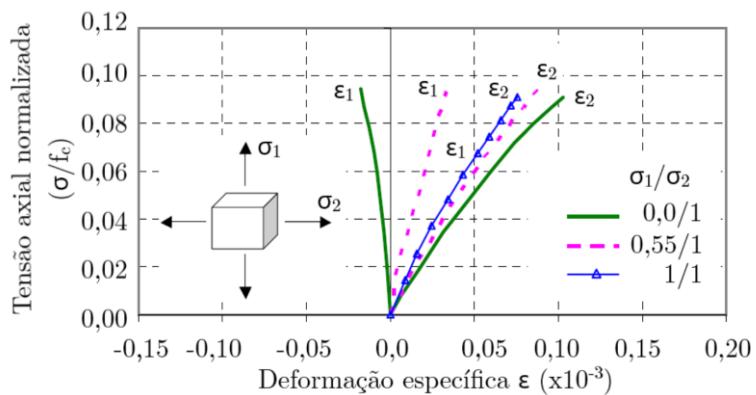
Figura 5.4 - Curva tensão versus deformação para o concreto submetido à tração-compressão biaxial



Adaptado de BONO (2008)

Observa-se que a presença da tensão de tração provoca a ruptura do concreto para valores menores do que os observados em um ensaio uniaxial. Na Figura 5.5 é apresentado um gráfico do comportamento tensão versus deformação do concreto submetido à tração biaxial.

Figura 5.5 - Curva tensão versus deformação para o concreto submetido à tração biaxial



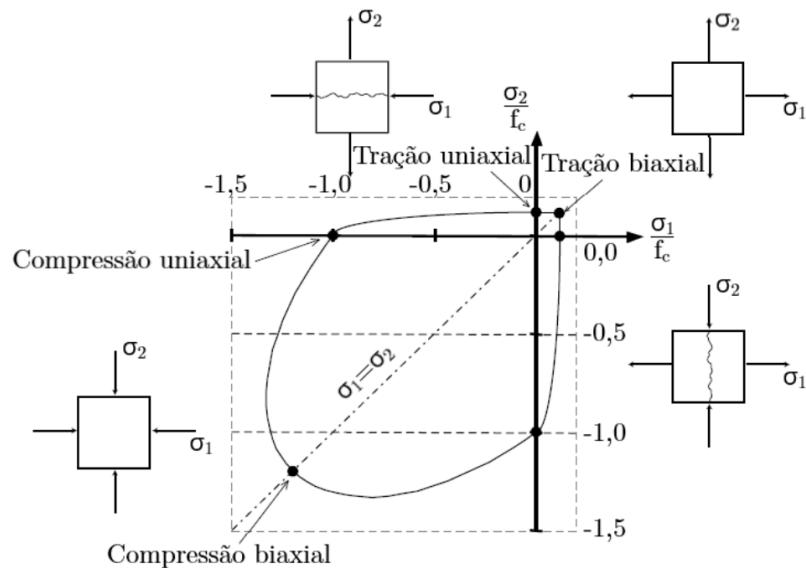
Adaptado de BONO (2008)

Observa-se que para o concreto submetido a um estado biaxial de tração, a resistência obtida é praticamente a mesma obtida em ensaios uniaxiais. Em outras palavras, a presença de esforço

de tração simultaneamente em diferentes direções não provoca alterações significativas na resistência à tração do concreto.

Com base nos resultados apresentados anteriormente é possível traçar a envoltória de ruptura para o concreto submetido a um estado biaxial de tensões (Figura 5.6):

Figura 5.6 - Envoltória de ruptura para o concreto submetido a um estado biaxial de tensões



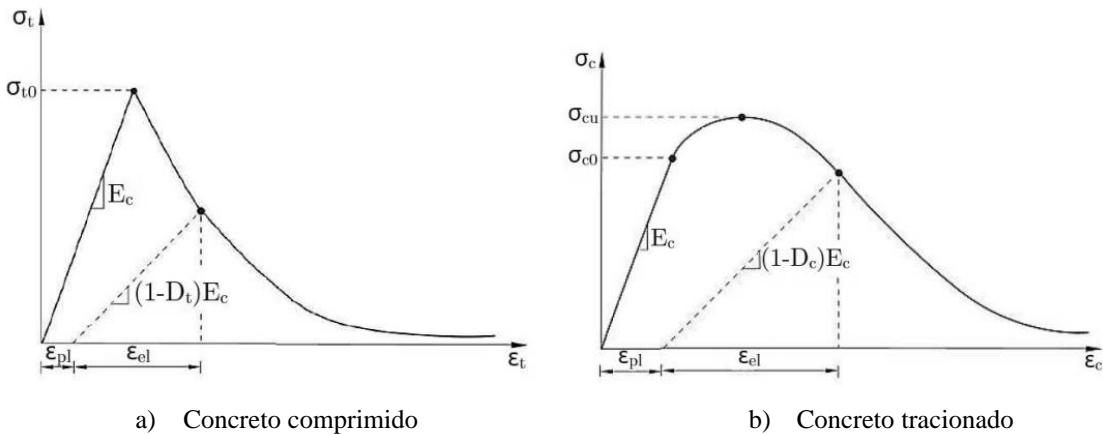
Adaptado de MALM (2006)

Nos quadrantes onde ocorrem tensões de tração, a ruptura do concreto é governada pela fissuração provocada pelas tensões de tração. No primeiro quadrante as fissuras serão perpendiculares ao plano formado pelas tensões principais, já no segundo e quarto quadrantes serão perpendiculares ao plano que contém as tensões de tração. No terceiro quadrante a ruptura ocorre por esmagamento devido à compressão biaxial.

5.3.4. Degradação da rigidez do material

O dano consiste em uma degradação da rigidez elástica do concreto quando este é submetido a estados de tensão quaisquer. No caso do Abaqus, o modelo de dano é isotrópico, sendo, portanto, a matriz constitutiva triaxial, penalizada igualmente em todas as direções. Esta degradação ocorre em função do desenvolvimento de fissuras no material e pode ser observada na Figura 5.7a, para o concreto tracionado, e na Figura 5.7b, para o concreto comprimido.

Figura 5.7 - Degradação da rigidez do material



Adaptado de Abaqus (2014)

O dano foi introduzido no Concrete Damaged Plasticity (CDP) de acordo com as curvas apresentadas nas figuras 5.7a e 5.7b, onde mostram o processo de degradação da rigidez para os casos de tração e compressão, respectivamente. A magnitude da degradação na rigidez é governada por uma variável escalar de dano, que para o concreto comprimido é d_c e para o concreto tracionado é d_t . Esta variável pode assumir valores que variam de zero a um, para o material não danificado e totalmente danificado, respectivamente.

Considera-se que as variáveis de dano à compressão (d_c) e dano à tração (d_t) são nulas para o regime elástico linear. Para o cálculo da variável de dano à compressão utilizou-se a equação proposta por Birtel e Mark (2006) e para tração a proposta por Mahmud, Yang e Hassan (2013). Ambas podem ser calculadas por meio das equações 5.7 e 5.8 e, a partir das curvas do concreto comprimido e tracionado (ver figuras 5.1b e 7.5b), respectivamente, chega-se as curvas de dano apresentadas nas figuras 5.8a e 5.8b.

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl}(1/b_c - 1) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad \text{Equação 5.7}$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl}(1/b_t - 1) + \sigma_t E_c^{-1}} \quad \text{Equação 5.8}$$

Onde:

σ_c é a tensão de compressão do concreto;

σ_t é a tensão de tração do concreto;

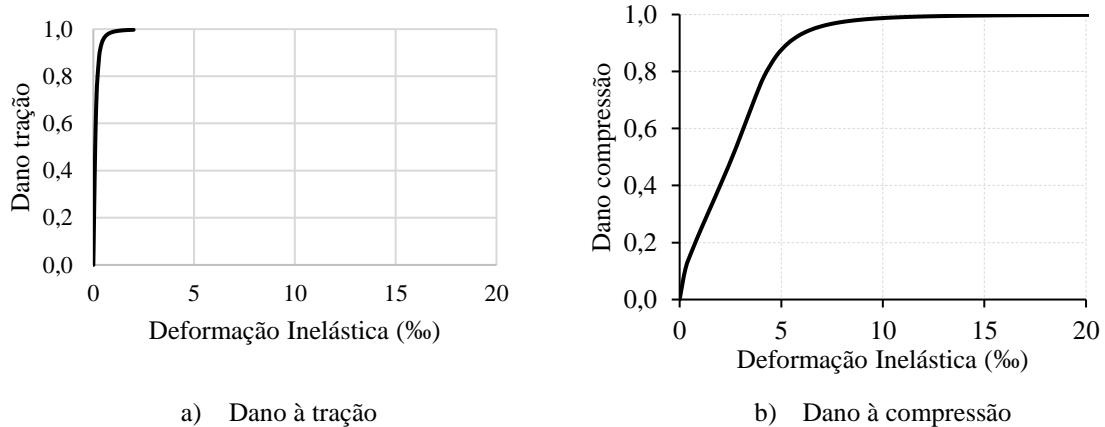
$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \sigma_c \cdot E_c^{-1}$ é a deformação inelástica do concreto comprimido;

b_c é uma constante $0 < b_c \leq 1$)

$\varepsilon_c^{pl} = b_c \cdot \varepsilon_c^{in}$ é a deformação plástica do concreto comprimido;

Vale ressaltar que para se chegar as deformações plásticas do concreto comprimido utilizou-se o parâmetro $b_c = 0,7$ proposto por Birtel e Mark (2006).

Figura 5.8 – Curvas de dano para o concreto tracionado e comprimido



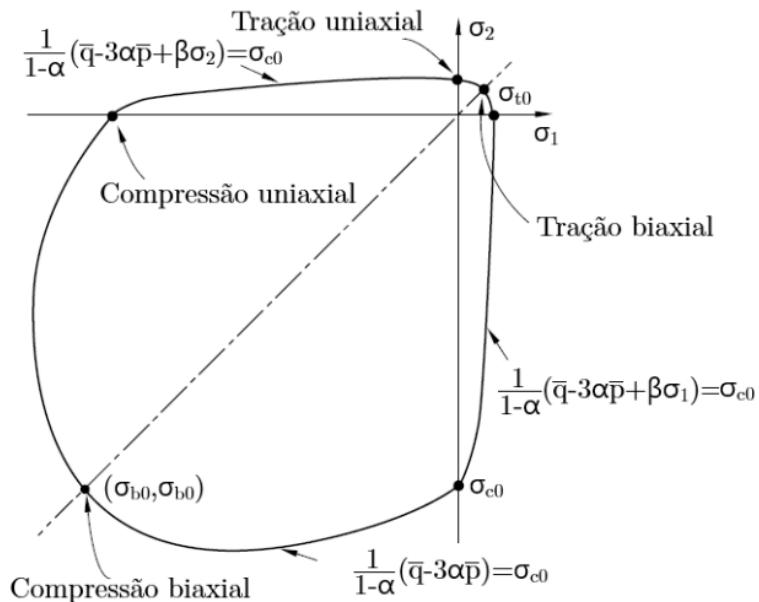
a) Dano à tração

b) Dano à compressão

5.3.5. Critério de plastificação do CDP

O modelo CDP utiliza um critério de plastificação baseado em uma função proposta por Lubliner *et al.* (1989), que incorpora modificações sugeridas por Lee e Fenves (1998). Esta função de plastificação representa uma forma geométrica que pode ser formada pela combinação de dois tipos de funções de Drucker-Prager, conforme ilustrado na Figura 5.9.

Figura 5.9 -Superfície de plastificação do CDP para um estado plano de tensões



Adaptado de Abaqus (2014)

Onde:

- α é um coeficiente adimensional dado por $\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2 \cdot \sigma_{b0} - \sigma_{c0}}$, em que $0,0 \leq \alpha \leq 0,5$;
- σ_{c0} é a tensão de compressão uniaxial correspondente ao início da plastificação do concreto;
- σ_{b0} é a tensão de compressão biaxial correspondente ao início da plastificação do concreto;
- σ_{t0} é a tensão de tração uniaxial correspondente à falha do concreto por fissuração
- β é um coeficiente adimensional dado por $\beta = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_t} \cdot (1 - \alpha) - (\alpha + 1)$, onde $\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\sigma}_t$ são as tensões efetivas de compressão e tração do concreto;

- \bar{p} é uma variável relacionada com o primeiro invariante do tensor de tensões (I_1) : $\bar{p} = -I_1/3 = -(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$;
- \bar{q} é uma variável relacionada com o segundo invariante do tensor desviatório (I_2): $\bar{q} = \sqrt{3 \cdot I_2}$, onde $I_2 = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11} \cdot \sigma_{22}$
- σ_1 e σ_2 são as tensões principais para um estado plano de tensões.

5.3.6. Parâmetros do modelo constitutivo *concrete damaged plasticity*

Os parâmetros abaixo estabelecem a superfície de Lubliner *et al.* (1989), capaz de prever o comportamento do concreto em estados de tensões multiaxiais. As curvas uniaxiais apresentadas anteriormente para o estado uniaxial (ver figuras 5.1b, 5.2b e 5.8a, 5.8b), representam a evolução desta superfície, também chamadas de leis de evolução. Sendo que as curvas de tração e compressão representam a evolução da plasticidade (ver figuras 5.1b e 5.2b) e as curvas de dano a evolução do dano (ver figuras 5.8a e 5.8b).

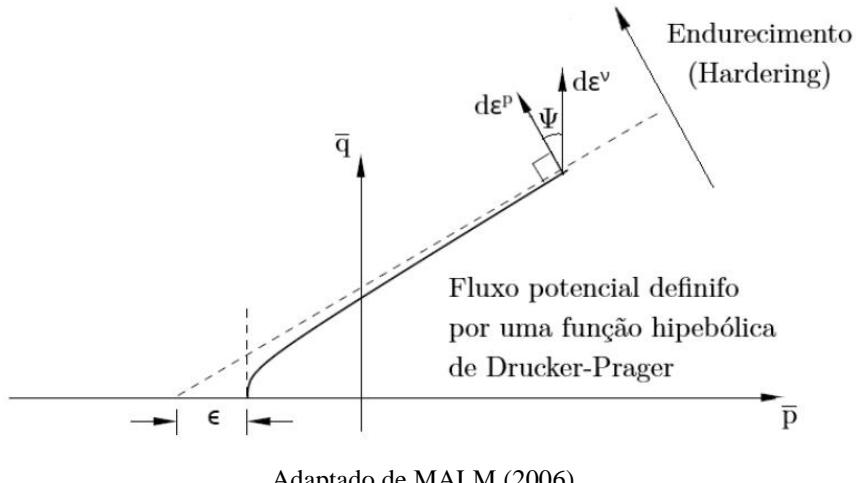
5.3.6.1. Ângulo de dilatação (ψ) e excentricidade (ϵ)

O ângulo de dilatação (ψ) e a excentricidade (ϵ) são fatores que influenciam a função de potencial plástico (G) no modelo CDP. Esta função governa a evolução das deformações inelásticas durante o processo de fissuração do concreto. O CDP utiliza uma função hiperbólica de Drucker-Prager (Equação 5.9) para definir o fluxo plástico.

$$G = \sqrt{(\epsilon \cdot \sigma_{t0} \cdot \tan \psi)^2 + q^{-2}} - p^{-2} \cdot \tan \psi \quad \text{Equação 5.9}$$

A função G pode ser representada no plano \bar{p} e \bar{q} (Figura 5.10).

Figura 5.10 - Função do fluxo potencial plástico no plano meridional



Adaptado de MALM (2006)

A excentricidade é uma medida da distância entre o vértice da hipérbole de Drucker-Prager e a assíntota que a define. Já o ângulo de dilatação é o desvio angular entre o vetor das deformações plásticas do concreto ($d\epsilon^p$) e o vetor das deformações volumétricas no concreto ($d\epsilon^v$) para altas tensões de confinamento (região da função de fluxo plástico que tende à assíntota).

De acordo com Malm (2009), baixos valores do ângulo de dilatância produzem um comportamento frágil do concreto, enquanto altos valores produzem um comportamento dúctil. Na literatura técnica encontram-se sugestões de utilização de valores diversos para o ângulo de dilatação. Para Jankowiak e Lodygowski (2005), Malm (2009), Kmiecik e Kamiński (2011), Pavlović *et al.* (2013), o valor do ângulo deve ser adotado entre 30° e 40°. Genikomsou e Polak (2015) em seus modelos numéricos testou valores para o ângulo de dilatação de até 42°.

Em relação a excentricidade, a função de potencial plástico se aproxima de uma assíntota a medida que o valor de excentricidade diminui, pois de acordo com a teoria de Drucker-Prager, a superfície de escoamento no plano dos meridianos possui a forma de uma reta. Dessa forma, um aumento no valor da excentricidade produz um aumento na inclinação do potencial plástico quando o concreto está submetido a baixas tensões de confinamento (MALM, 2006). Há poucas referências na literatura quanto aos efeitos causados pela variação deste parâmetro. Na maioria dos casos, é utilizado o valor padrão do Abaqus ($\epsilon = 0,1$).

5.3.6.2. Relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0})

A relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial foi abordada anteriormente na subseção 7.3.3. O valor *default* adotado pelo Abaqus para este parâmetro é de 1,16, o mesmo valor que Kupfer, Hilsdorf e Rusch (1969) encontrou em seus ensaios realizados. Caso se deseje adotar valores diferentes, podem ser consultadas as equações apresentadas pelo Model Code (CEB-FIP, 2010) que são função da resistência do concreto.

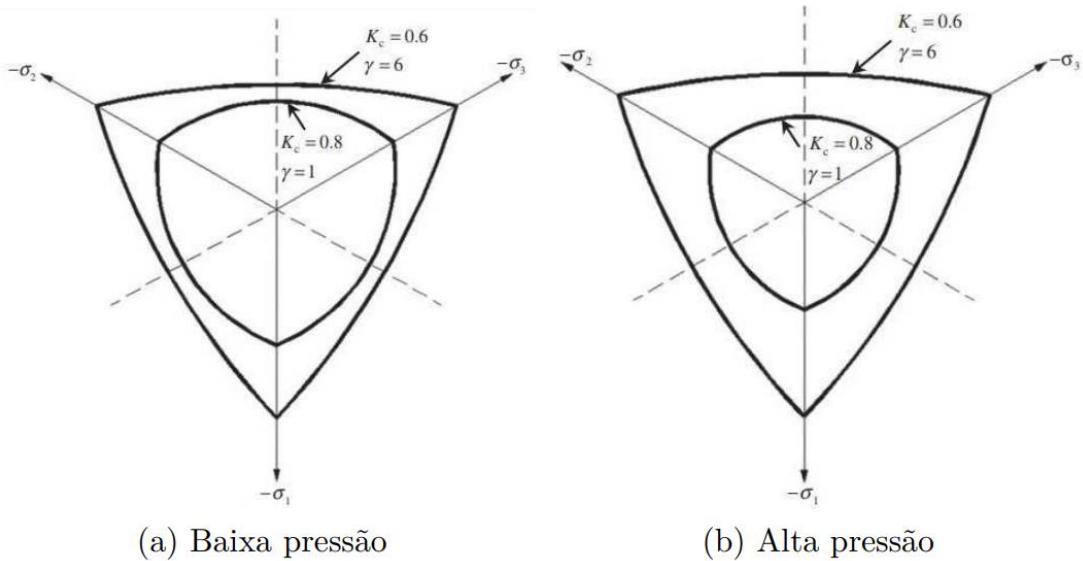
5.3.6.3. Fator de forma (K_c)

O fator de forma (K_c) é o parâmetro utilizado pelo CDP para definir o formato da superfície de falha do concreto. Matematicamente, este parâmetro mede a razão entre o segundo invariante de tensões no meridiano de tração (ρ_t) e o segundo invariante de tensões no meridiano de compressão (ρ_c), sendo expresso pela Equação 5.10 (Abaqus, 2014).

$$K_c = \frac{\rho_t}{\rho_c} \quad \text{Equação 5.10}$$

O valor de K_c deve estar dentro do intervalo de $0,5 \leq K \leq 1,0$. Para $K_c = 0,5$ a forma da superfície de plastificação toma a configuração do critério de Rankine e 1,0 de Drucker-Prager. Sendo que o Abaqus recomenda para concretos de resistência usuais 0,667 como valor padrão. Zhang e Li (2012) analisaram o parâmetro (K_c) para regiões do concreto submetidas à compressão triaxial para baixas e altas pressões. O efeito causado sobre a superfície de falha pode ser observado na Figura 5.11, que representa o critério de plastificação.

Figura 5.11 - Fator de forma (K_c) para regiões submetidas à compressão triaxial



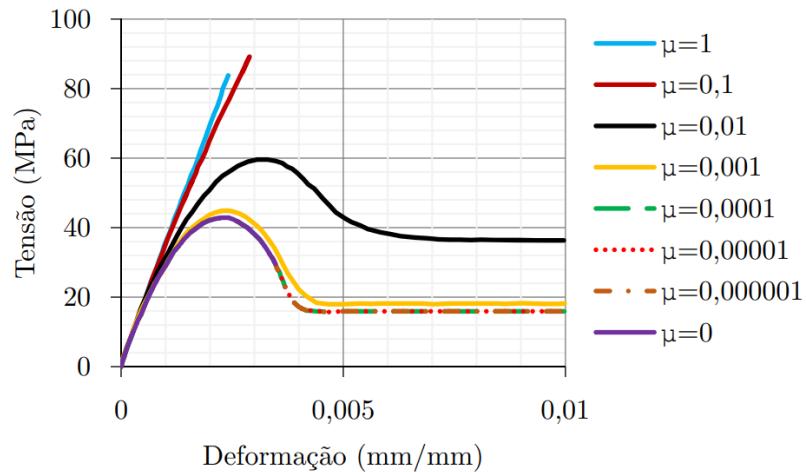
Zhang e Li (2012)

5.3.6.4. Parâmetro de viscosidade (μ)

O parâmetro de viscosidade pode ser utilizado para superar eventuais dificuldades de convergência, típicas de modelos com degradação da rigidez, por meio de uma regularização visco-plástica das equações constitutivas (Abaqus, 2014).

Petrauski (2016) analisou o parâmetro de viscosidade no comportamento mecânico do concreto através de um prisma retangular de concreto com $f_{cm} = 38$ MPa e razão de aspecto 1:2 (base:altura), submetido à compressão. O modelo constitutivo utilizado para o concreto foi o estabelecido pela norma Model Code (CEB-FIP, 2010). Na Figura 5.12 é feita uma comparação da influência deste parâmetro para cada valor adotado.

Figura 5.12 - Estudo da influência do parâmetro de viscosidade no ensaio de compressão de um cubo de concreto



Adaptado de (PETRAUSKI, 2016)

Pode-se observar que para valores do parâmetro de viscosidade entre 0 e 10^{-4} , os resultados obtidos convergiram para um valor comum. Para valores maiores do que este observa-se que a curva tensão versus deformação se altera, provocando um efeito aparente de aumento da capacidade resistente do material.

Petrauski (2016) concluiu que, quando o valor do parâmetro de viscosidade é unitário, o material comporta-se como elástico-linear. Por isso, a escolha de valores para este parâmetro deve ser cuidadosa. A adoção de valores pequenos permite uma melhoria na taxa de convergência e no tempo de processamento sem comprometer os resultados. Todavia, a adoção de valores mais elevados para o parâmetro de viscosidade pode alterar os resultados de forma considerável.

Michał e Andrzej (2015) também discutem este parâmetro. Os autores avaliaram um prisma de concreto adotando valores para μ entre 0 e 10^{-2} . Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 5.13 e 5.14.

Figura 5.13 - Estudo da influência do parâmetro de viscosidade no ensaio de tração de um prisma de concreto

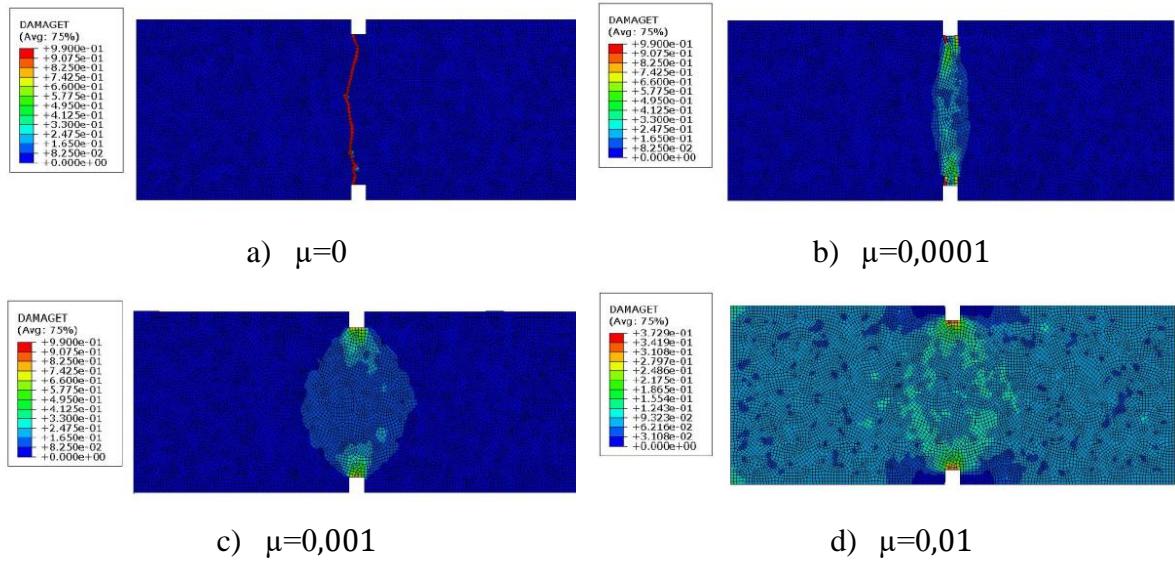
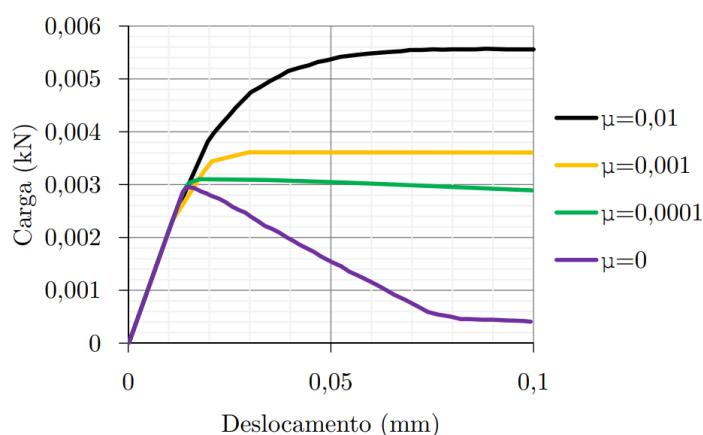


Figura 5.14 - Estudo da influência do parâmetro de viscosidade no ensaio de tração de um prisma de concreto



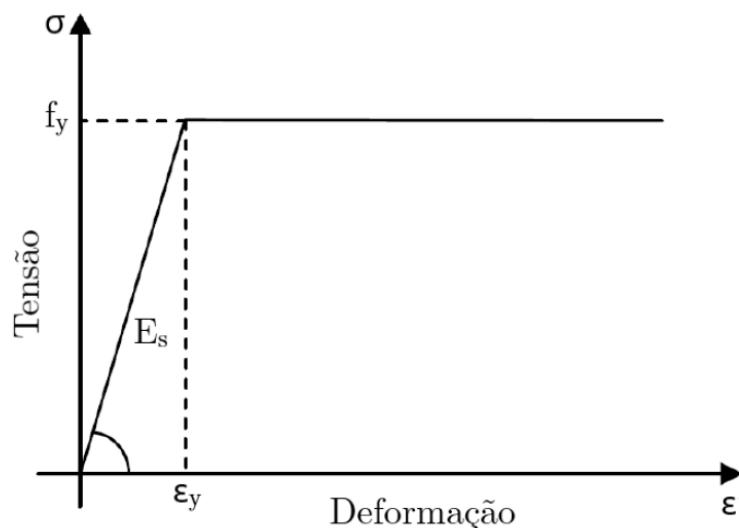
Adaptado de (MICHAŁ E ANDRZEJ, 2015)

É observado através das figuras 5.13 e 5.14 que ao se adotar valor de viscosidade igual a 0 (zero) a ruptura ocorre de maneira precoce, consequentemente, com uma carga menor, isso porque há uma concentração da fissuração apenas em volta da seção crítica de ruptura. Ao se aumentar os valores de μ é possível observar a distribuição dessa fissuração ao longo do prisma, retardando, dessa forma, a ruptura e oferecendo ao modelo uma resistência última maior. Porém, valores de μ acima de 10^{-3} podem comprometer os resultados significativamente. Outros pesquisadores, como por exemplo, Genikomsou e Polak (2015) e Kmiecik e Kamiński (2011) adotaram $0 \leq \mu \leq 5 \cdot 10^{-5}$.

5.4. Modelo Constitutivo para o Aço

Para caracterizar o comportamento mecânico do aço, adotou-se um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito, sem encruamento, associado ao critério de escoamento de Von Mises. Quando a tensão equivalente é menor que a tensão de escoamento (f_{ys}), o comportamento do material tem uma correspondência com o trecho elástico linear da relação tensão *versus* deformação. No caso desta tensão ser maior ou igual à tensão de escoamento, o material desenvolverá deformações plásticas, como é apresentado na Figura 5.15.

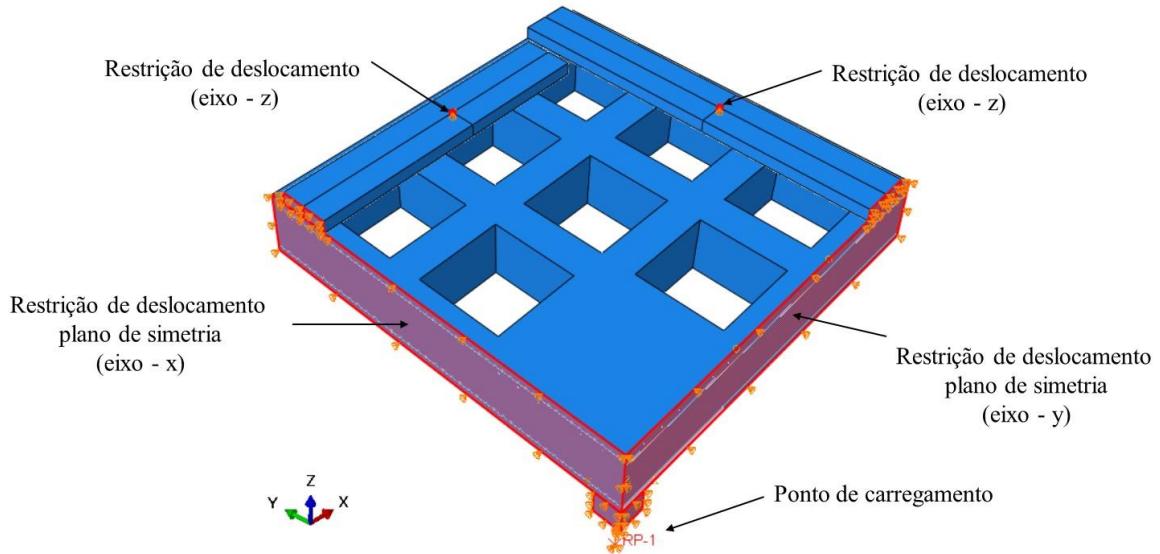
Figura 5.15 - Curva tensão *versus* deformação para o aço



5.5. Modelo Computacional

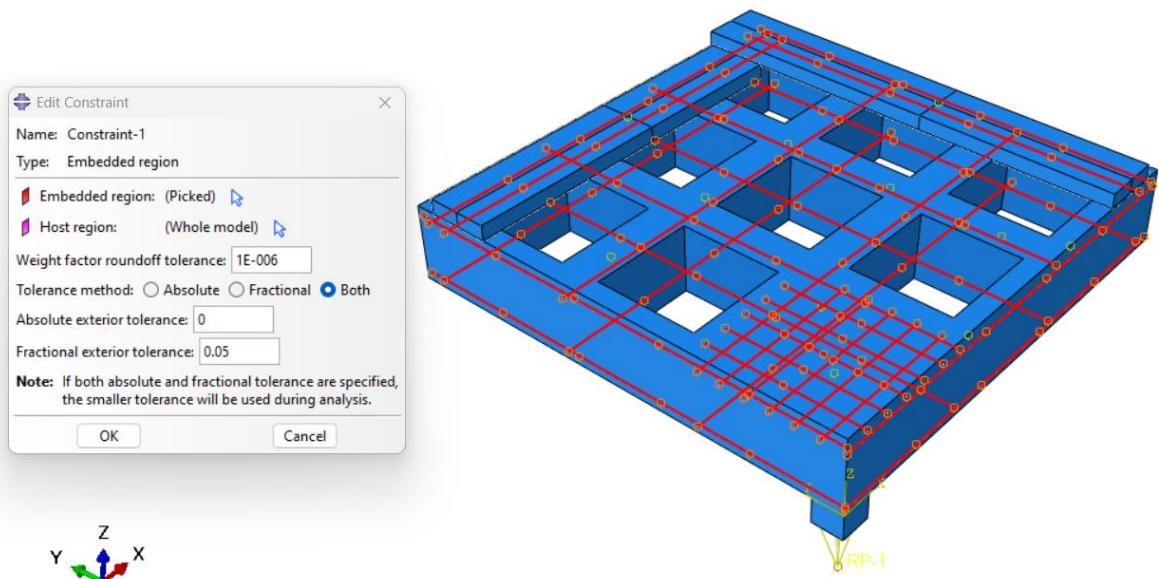
O modelo computacional foi elaborado tendo em conta as geometrias apresentadas no capítulo 3. Foi modelado apenas 1/4 da laje, pelo fato de as lajes serem simétricas nas duas direções, a fim de se poupar tempo e esforço computacional. Introduziram-se, nas faces correspondentes aos eixos de simetria, as condições de contorno necessárias (restrição do deslocamento em y) para garantir a conformidade do modelo de acordo com o ensaio experimental, conforme visto na subseção 3.5.1. Na Figura 5.16 é apresentado o modelo computacional com as condições de contorno assumidas para a simulação.

Figura 5.16 - Geometria, carregamentos e condições de contorno do modelo computacional S1C0



A interação entre a armadura e a laje foi do tipo *embedded constraint*, que pode ser entendida como a restrição de um corpo embutido em outro (ver Figura 5.17). Esta interação promove a compatibilização das translações nodais dos elementos imersos (armaduras) com as dos elementos da região hospedeira (laje) e é considerada uma aderência perfeita entre ambos os materiais.

Figura 5.17 - Interação entre a armadura e a laje S1C0 (*embedded constrain*)



A interação entre as chapas de aço, para aplicação da carga e para os apoios, e a laje foram modeladas com *constraint* do tipo *tie*, desconsiderando, portanto, a possibilidade de deslocamento na interface (ver figuras 5.18 e 5.19). Adotou-se que as chapas aço tem comportamento linear-elástico. O ponto de referência (RP) criado para aplicação do deslocamento foi vinculado à superfície da chapa do pilar por meio do *constraint* do tipo *coupling* (ver Figura 5.20).

Figura 5.18 – Interação entre as chapas de apoio e a laje S1C0 (*tie*)

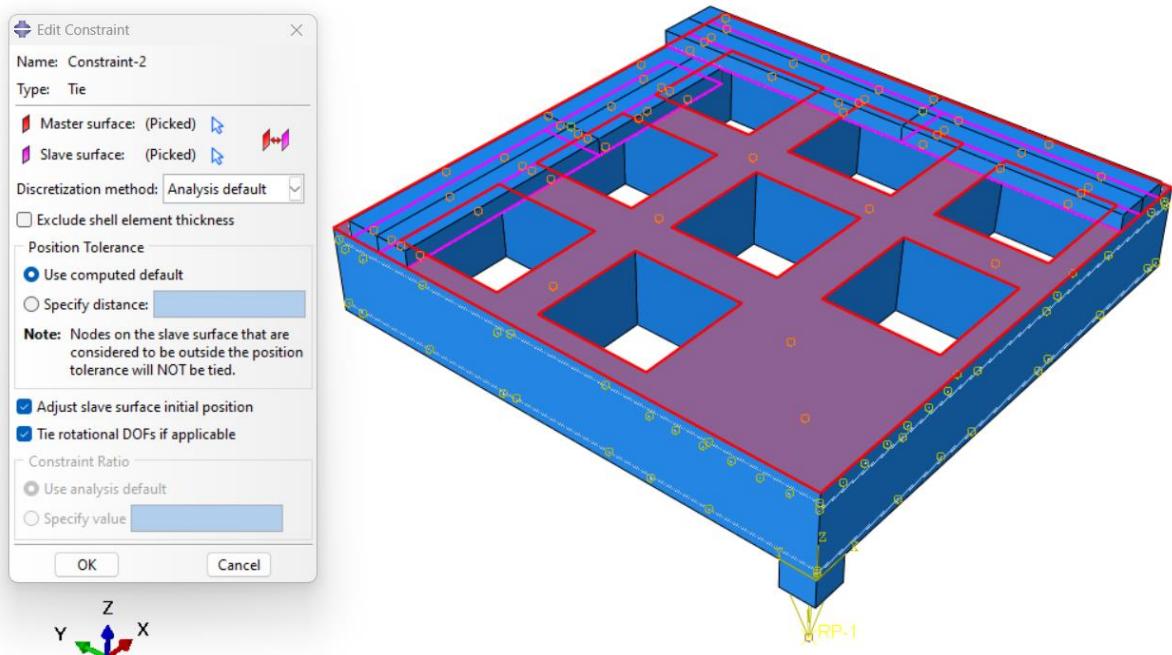


Figura 5.19 – Interação entre o pilar e a laje S1C0 (*tie*)

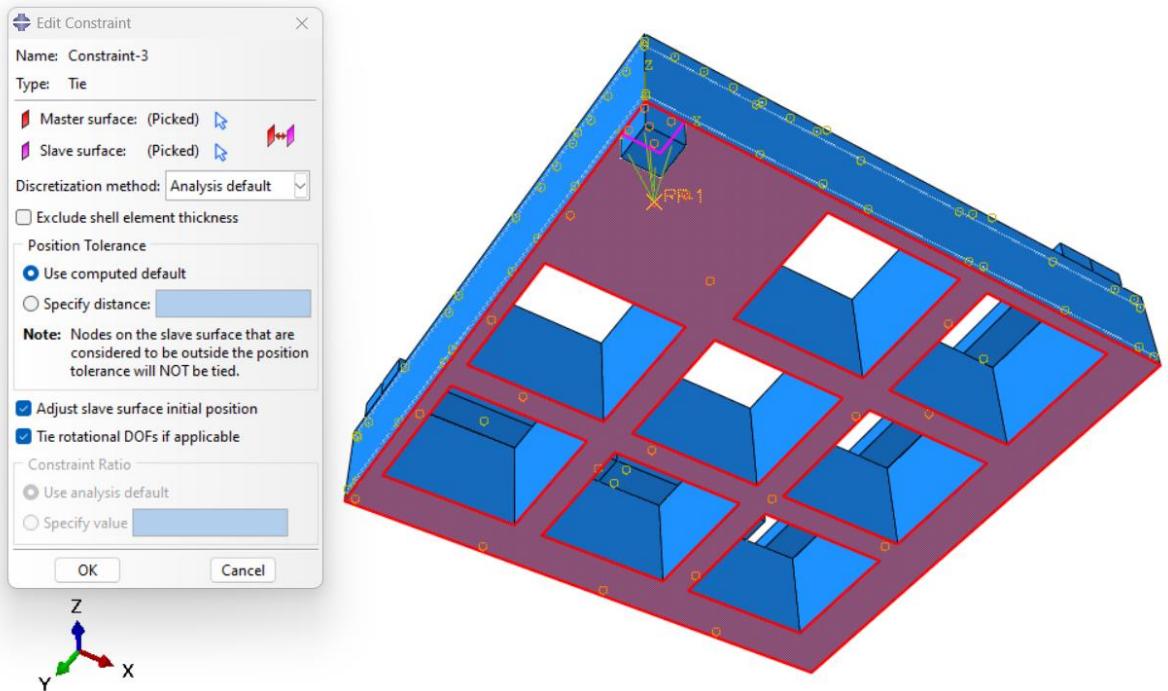
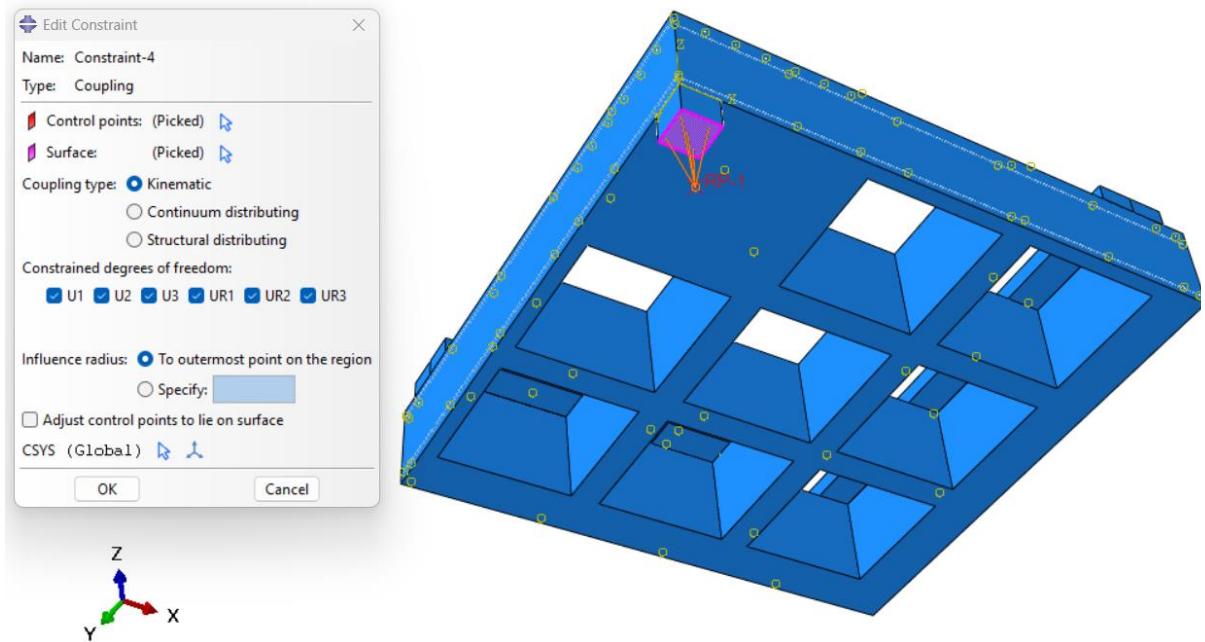


Figura 5.20 – Interação entre o ponto de referência (RP) e a superfície do pilar da laje S1C0 (*coupling*)



5.6. Escolha dos parâmetros do CDP e do tipo de malha para calibração do modelo computacional

No CDP existem cinco parâmetros que estabelecem o critério de ruptura para o concreto, tais como, ângulo de dilatação (ψ), excentricidade (ϵ), relação biaxial/uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}), fator de forma (K_c) e viscosidade (μ).

Deste modo, buscou-se na literatura os valores mais comuns adotados tanto para os parâmetros do CDP quanto para a tipologia das malhas utilizadas para o concreto e para as armaduras, conforme apresentado na Tabela 5.1. Destacam-se as diferenças, principalmente, no ângulo de dilatação (ψ) e na viscosidade (μ).

O ângulo de dilatação governa a relação entre deformação plástica volumétrica e desviadora (Abaqus, 2014), sendo característico de cada material. Já o parâmetro de viscosidade é um recurso matemático para diminuir o efeito da localização de deformação permanente que gera usualmente dificuldades de processamento com modelos constitutivos que representam *softening*.

Em relação aos problemas de sensibilidade à dependência da malha, inerentes aos modelos computacionais, Slobbe *et al.* (2012) relatam que a discretização espacial ou topologia da malha do modelo de elemento finito influencia a solução numérica. Segundo o autor a dependência da malha pode ser subdividida na sensibilidade da propagação da fissura ao longo das linhas de malha contínuas (sensibilidade à polarização da malha ou alinhamento da malha) e a dependência da largura de banda da fissura no tamanho e orientação do elemento (sensibilidade ao tamanho da malha).

Tabela 5.1 - Parâmetros do CDP para o concreto e tipologia da malha encontrados na literatura

Autores	Parâmetros do CDP					Tipo de malha	
	Ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	k_c	μ	Armadura	Concreto
Kmiecik e Kamiński (2011)	36°	0,10	1,16	0,667	0,0	-	-
Pavlović <i>et al.</i> (2013)	36°	0,10	1,16	0,667	-	C3D4, C3D8R	C3D4, C3D8R
Sümer e Aktaş (2015)	30° - 50°	0,10	1,16	0,667	-	T2D2	CPE4R
Labibzadeh (2015)	5°	0,52	1,16	0,778	-	T3D2	C3D8R
Michal e Andrzej (2015)	0° - 30°	0,10	1,16	0,667	0,0 - 0,01	-	C3D8R
Genikomsou e Polak (2015)	40°	0,10	1,16	0,667	0,0	T3D2	C3D8R
Genikomsou e Polak (2016)	40°	0,10	1,16	0,667	0,0	T3D2, B32, S4R, C3D8R	C3D8R
Labibzadeh <i>et al.</i> (2017)	35°	0,12	1,16	0,670	0,0	T3D2	C3D8R, C3D4
Santos <i>et al.</i> (2017)	36°	0,10	1,16	0,667	0,0	-	C3D8
Navarro <i>et al.</i> (2018)	36°	0,10	1,16	0,667	0,00001	T3D2	C3D8R
ĆURČIN <i>et al.</i> (2018)	13°	0,10	1,16	0,667	0,0001	T2D2	CPS4
Rewers (2019)	35°	0,10	1,16	0,667	0,0001	T3D2	C3D8R
Pinto <i>et al.</i> (2019)	38°	0,10	1,16	0,667	-	T3D2	C3D8
Miligan <i>et al.</i> (2020)	45°	0,10	1,16	0,667	-	T3D2	C3D8R
Lee <i>et al.</i> (2020)	38°	0,10	1,18	0,729	0,5	T2D2	CPS4R
Qingfu <i>et al.</i> (2020)	30°	0,10	1,16	0,666	0,0005	T3D2	C3D8R
Tran <i>et al.</i> (2021)	30°	0,10	1,16	0,667	0,001	T3D2	C3D8R
Kadhim <i>et al.</i> (2021)	40°	0,10	1,16	0,667	0,0	T3D2	C3D8R
Miligan <i>et al.</i> (2022)	45°	0,10	1,16	0,667	-	T3D2	C3D8R
Zheng <i>et al.</i> (2023)	25° - 45°	0,10	1,16	0,667	0,00001	T3D2	C3D8R

Ψ (ângulo de dilatação), ϵ (eccentricidade), σ_{b0}/σ_{c0} (relação uniaxial/biaxial), k_c (fator de forma) and μ (viscosidade)

Dessa forma, com o intuito de obter um resultado computacional capaz de prever de forma satisfatória o comportamento experimental adotou-se os parâmetros do CDP e tipos de elementos das malhas apresentados nas tabelas 5.2 e 5.3. A Figura 5.21 mostra o modelo S1C0 com a malha aplicada. O tamanho da malha de todos os elementos utilizados no modelo foi de aproximadamente 25 mm.

Tabela 5.2 - Parâmetros do CDP para o concreto e tipologia da malha utilizados nos modelos

Laje	Parâmetros do CDP					Tipo de malha	
	Ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	k_c	μ	Elementos barras (armaduras)	Elementos sólidos (lajes e chapas)
S1C0	25°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S2C0	25°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S3C0	25°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S1C40	30°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S2C40	30°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S3C40	30°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S1C55	34°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S2C55	34°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S3C55	34°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S1C70	36°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S2C70	36°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R
S3C70	36°	0,10	1,16	0,667	0,0006	T3D2	C3D8R

Tabela 5.3 - Tipos de elementos finitos utilizados nos modelos computacionais

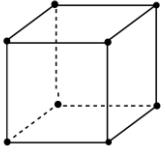
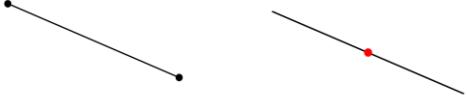
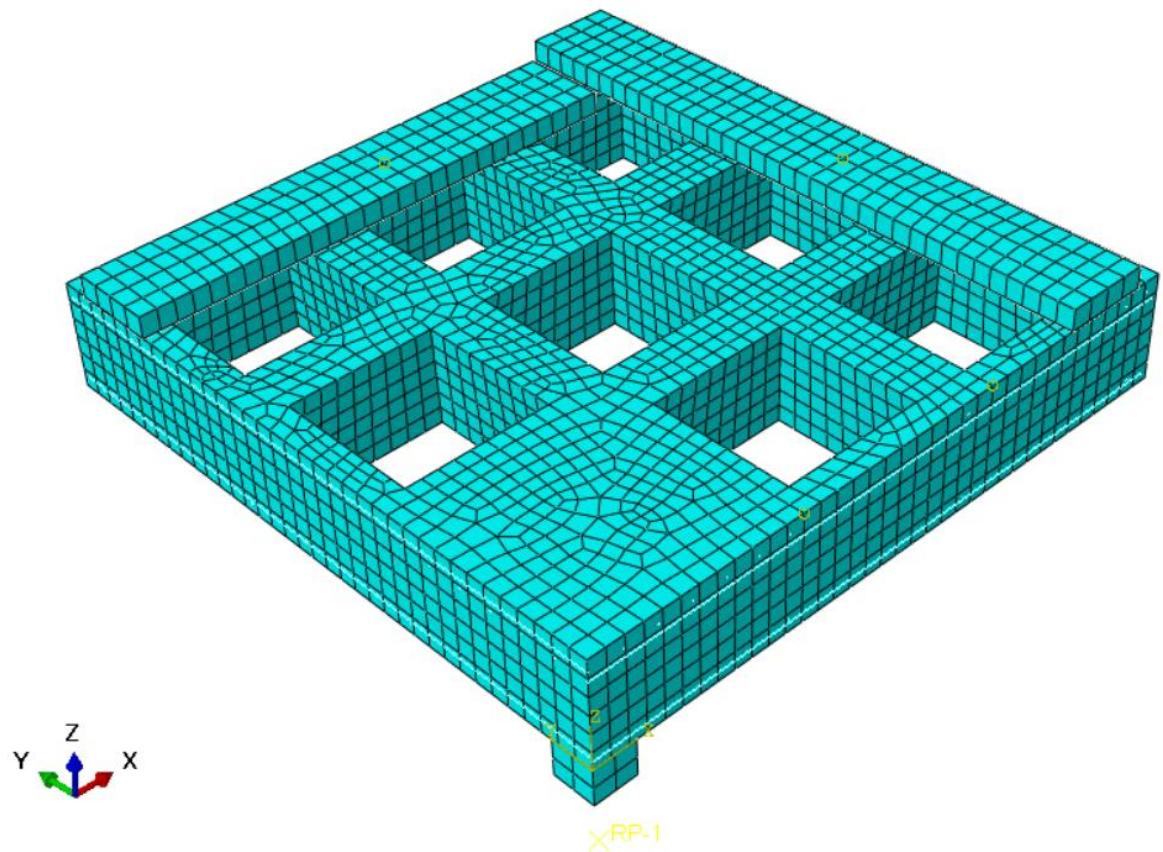
C3D8R	T3D2
	
8 nós	2 nós
1 ponto de integração	1 ponto de integração

Figura 5.21 – Malha aplicada no modelo S1C0



6. ANÁLISE DO BANCO DE DADOS EXPERIMENTAL

Com o intuito de analisar a precisão das normas em relação as cargas últimas das lajes nervuradas, criou-se um banco de dados com trabalhos realizados por outros autores, conforme apresentado na Tabela 6.2. A escolha das lajes consistiu em selecionar peças com características semelhantes as lajes deste trabalho, ou seja, lajes lisas nervuras de concreto armado, com carregamento simétrico, sem qualquer tipo de fibra e que não possuíssem armaduras de cisalhamento nas nervuras.

As principais variáveis dos espécimes foram a resistência à compressão do concreto (24 a 61 MPa), a taxa de armadura de flexão das nervuras (1,6 a 5,0 %), a altura útil da laje (62 a 159 mm) e a quantidade de nervuras que convergiam ao maciço (8 a 20). O procedimento para analisar o banco de dados consistiu em avaliar a dispersão dos resultados obtidos experimentalmente com os resultados previstos pelos códigos normativos em relação a resistência ao cisalhamento das nervuras.

Posteriormente, pela análise de dispersão, foi aplicado o critério de Collins (2001) – *Demerit Points Classification (DPC)* para avaliar os níveis de segurança e conservadorismo, conforme as classificações contidas na Tabela 6.1 adaptada de Moraes Neto (2013). Neste sentido, foi considerada a relação V_u/V_{teo} , que relaciona a carga de ruptura experimental com a capacidade resistente teórica.

Tabela 6.1 – Critério de avaliação da segurança segundo Collins (2001)

V_u/V_{teo}	Classificação	Penalidade
< 0,5	Extremamente perigosa	10
[0,5 - 0,85]	Perigosa	5
[0,85 - 1,15]	Segurança apropriada	0
[1,15 - 2,0]	Conservadora	1
> 2,0	Extremamente conservadora	2

6.1. Análise do Banco de Dados pelas Normas NBR, EC2 e ACI para Lajes Nervuradas

Os resultados da análise do BD em relação ao desempenho das normas, de prever a resistência ao cisalhamento das nervuras, são apresentados na Tabela 6.2 e Figura 6.1. De modo geral, as normas foram bem conservadoras, com todas apresentando a relação $V_{Exp}/V_{Teórico}$ acima de 1. Analisando a Figura 6.1, percebe-se que a EC2 apresentou menor dispersão em seus resultados, seguida pela NBR. Maiores dispersões ocorreram com as estimativas do ACI. A explicação para alta dispersão deste código pode ser pelo fato de não considerar em sua expressão o efeito de tamanho das peças (*size effect*) e a taxa de armadura a flexão (ρ).

O critério de Collins foi aplicado para avaliar a penalidade dos resultados das normas. A comparação do DPC está apresentada na Tabela 6.3. Como pode ser notado, a maioria dos resultados avaliados pelas normas NBR e EC2 estão alocados na faixa de “Conservadora”, enquanto quase todos os resultados da ACI encontram-se na faixa “Extremante conservadora”.

Tabela 6.2 - Estimativas do BD de acordo com as equações normativas.

Autor	Laje	d (mm)	b _w (mm)	b _f (mm)	h _f (mm)	f _c (MPa)	ρ _{nervura} (%)	n	V _{EXP} (kN)	V _{EXP/} V _{NBR}	V _{EXP/} V _{EC2}	V _{EXP/} V _{ACI}
Atual	S1C0	131	65	200	0	31	1.67	12	126.50	0.87	0.98	1.35
	S1C40	127	65	200	40	31	1.72	12	150.82	1.06	1.19	1.67
	S1C55	127	65	200	55	31	1.72	12	177.66	1.25	1.40	1.96
	S1C70	131	65	200	70	31	1.67	12	226.38	1.56	1.75	2.42
	S2C0	128	65	200	0	31	3.19	12	150.04	0.99	1.07	1.65
	S2C40	128	65	200	40	31	3.19	12	198.00	1.31	1.41	2.17
	S2C55	126	65	200	55	31	3.24	12	215.21	1.44	1.55	2.40
	S2C70	128	65	200	70	31	3.20	12	266.86	1.77	1.90	2.94
	S3C0	126	65	200	0	31	4.73	12	170.24	1.14	1.23	1.90
	S3C40	125	65	200	40	31	4.77	12	208.56	1.41	1.52	2.34
	S3C55	138	65	200	55	31	4.32	12	315.04	1.94	2.08	3.21
	S3C70	136	65	200	70	31	4.39	12	347.16	2.17	2.32	3.58
Al- Bayati <i>et al.</i> (2015)	IWSA	62	20	95	20	62	2.40	12	63.40	1.35	1.79	2.61
	IWS1	62	20	95	20	48	2.40	12	50.50	1.27	1.55	2.34
	IWS2	62	20	103	20	51	2.31	12	71.60	1.34	1.68	2.50
	IWS3	62	20	95	20	48	2.40	12	50.50	1.27	1.55	2.34
	IWS4	62	20	95	20	45	2.40	12	58.90	1.55	1.85	2.83
	IWS6	62	20	95	20	34	2.40	12	50.50	1.60	1.77	2.86
	IWS7	62	20	95	20	33	2.40	12	48.40	1.56	1.66	2.67
	IWS8	62	20	95	20	34	2.40	12	46.30	1.48	1.61	2.59
	IWS9	62	20	95	20	27	2.40	12	42.10	1.55	1.46	2.34
	IWS12	62	20	103	20	32	2.31	12	48.40	1.22	1.40	2.31
	IWS13	62	20	95	20	26	2.40	12	46.30	1.74	1.69	2.79
	IWS14	62	20	95	20	34	3.48	16	62.20	1.48	1.44	2.65
Souza (2015)	IWS16	62	20	95	21	35	2.40	12	37.90	1.18	1.42	2.38
	IWS17	62	20	103	22	33	1.85	12	63.20	1.62	1.83	2.69
	M1	150	50	270	70	35	5.02	12	384.00	2.63	2.12	4.34
	M1b	150	50	270	70	33	5.02	12	400.00	2.83	2.24	4.63
	M2	150	50	270	70	31	5.02	12	470.00	3.47	2.69	5.62
	M3	150	50	270	70	36	5.02	12	486.00	3.27	2.66	5.42
Soares (2004)	M4	150	50	270	70	36	5.02	12	510.00	3.45	2.80	5.71
	M5	150	50	270	70	30	5.02	20	610.00	2.77	2.12	4.45
	LR-1	96	50	300	40	31	2.61	16	239.00	1.33	1.45	2.54
	LR-2	98	50	300	40	36	2.56	16	238.00	1.18	1.32	2.22
	VL4	159	50	280	30	33	1.55	12	240.00	1.18	1.25	1.75
Lúcio (1991)	VL7	159	50	280	30	30	1.55	8	178.00	1.40	1.44	2.04
MD 1.82 1.78 3.11 DV 0.77 0.44 1.19 CV 0.42 0.25 0.38												

Figura 6.1 - Dispersão das estimativas normativas

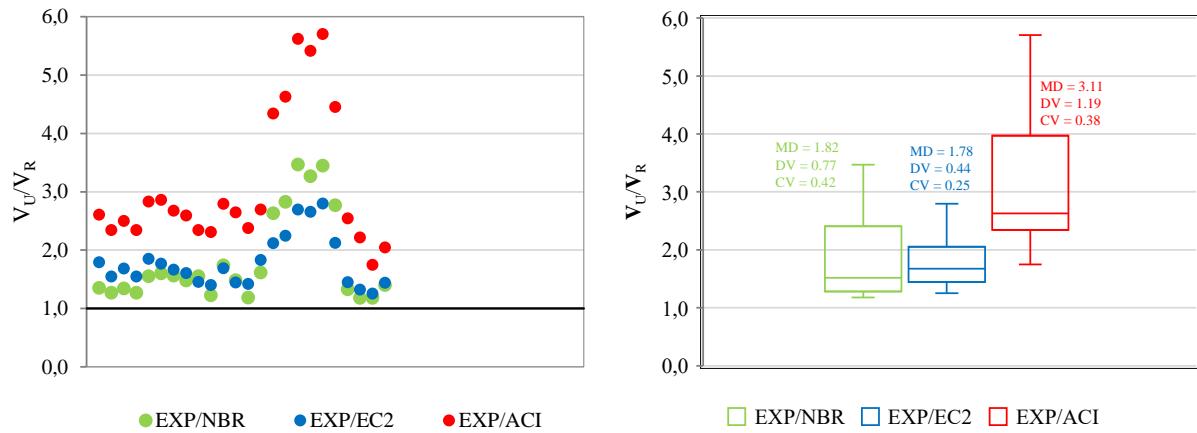


Tabela 6.3 - Aplicação do critério DPC para os dados analisados da NBR, EC2 e ACI.

$V_{EXP} / V_{TEÓRICO}$	Classificação	Penalidade	Nº	Pontuação		Nº	Pontuação		Nº	Pontuação	
			peças	Total	peças	peças	Total	peças	peças	Total	peças
			NBR	NBR	EC2	EC2	ACI	ACI			
< 0,5	Extremamente perigosa		10	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,5 - 0,85]	Perigosa		5	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,85 - 1,15]	Segurança adequada		0	4	0	2	0	0	0	0	0
[1,15 - 2,0]	Conservadora		1	25	25	26	26	6	6	6	6
> 2,0	Extremamente conservadora		2	7	14	8	16	30	60		
Total				36	39	36	42	36		66	

6.2. Proposta de Adaptação das Normas NBR, EC2 e ACI para Lajes Nervuradas

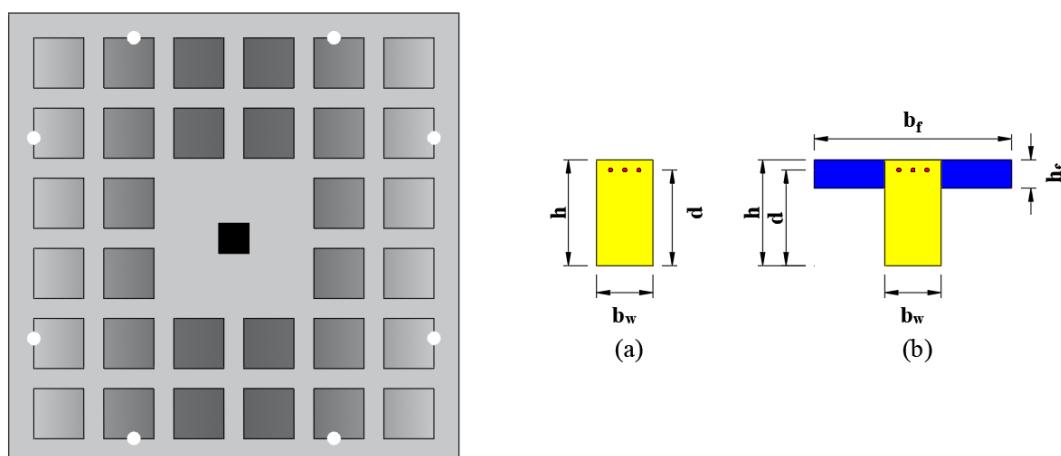
A partir da análise do item anterior (tópico 6.1), percebeu-se que é necessário realizar um ajuste nas equações normativas 2.4, 2.6 e 2.8, a fim de melhorar as estimativas de resistência das nervuras ao cisalhamento. Estas equações consideram a seção transversal das nervuras como uma seção retangular, com área dada pelo produto $b_w \cdot d$.

Então, partindo do pressuposto que as normas calculam a área da nervura como seção retangular e não como T, este trabalho propõe o cálculo da área como seção T de acordo com a Figura 6.2 e Equação 6.1, baseado no trabalho de Souza (2015).

Aplicando essa pequena modificação, as equações das normas NBR, EC2 e ACI, ficam de acordo com as equações 6.2, 6.3, e 6.4, respectivamente. A ideia era modificar as equações normativas sem descaracterizá-las por completo, ou seja, sendo menos invasivo possível, mas que oferecesse bons resultados.

A diferença entre a determinação da área desenvolvida por Souza (2015) e o presente trabalho é que a área da seção transversal da nervura dada pela Equação 2.3 (Souza, 2015) é calculada em função de h e não de d , e a área da mesa (A_I) da seção T da nervura é reduzida pela relação (b_w/b_f).

Figura 6.2 - Seção transversal T considerada nas normas modificadas



$$A_c = b_w \cdot d + (b_f - b_w) \cdot [h_f - (h - d)] \quad \text{Equação 6.1}$$

$$V_{RNBR_MOD} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot A_c \quad \text{Equação 6.2}$$

$$V_{REC2_MOD} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot A_c \quad \text{Equação 6.3}$$

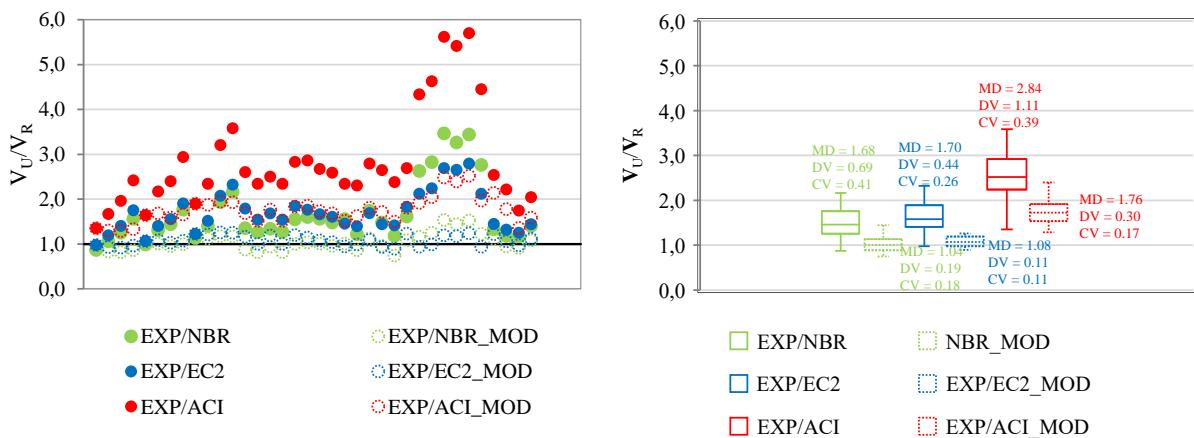
$$V_{RACI_MOD} = 0,17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_c \quad \text{Equação 6.4}$$

Como pode ser notado na Tabela 6.4, a relação V_{EXP}/V_{MOD} ficou mais próxima de 1, que representa uma forte proximidade entre o resultado experimental e o teórico. Além disso, o coeficiente de variação (CV) das lajes calculadas através das normas modificadas reduziu mais de 50 % em comparação com as equações normativas originais, diminuindo consideravelmente a dispersão dos resultados, conforme pode ser observado na Figura 6.3.

Tabela 6.4 - Estimativas do BD de acordo com as equações normativas originais e modificadas

Autor	Laje	V_{EXP}/ (kN)	V_{EXP/} V_{NBR}	V_{EXP/} V_{NBR_MOD}	V_{EXP/} V_{EC2}	V_{EXP/} V_{EC2_MOD}	V_{EXP/} V_{ACI}	V_{EXP/} V_{ACI_MOD}
Atual	S1C0	126.50	0.87	0.87	0.98	0.98	1.35	1.35
	S1C40	150.82	1.06	0.83	1.19	0.93	1.67	1.31
	S1C55	177.66	1.25	0.82	1.40	0.92	1.96	1.29
	S1C70	226.38	1.56	0.86	1.75	0.97	2.42	1.34
	S2C0	150.04	0.99	0.99	1.07	1.07	1.65	1.65
	S2C40	198.00	1.31	1.01	1.41	1.09	2.17	1.68
	S2C55	215.21	1.44	0.95	1.55	1.03	2.40	1.59
	S2C70	266.86	1.77	1.00	1.90	1.07	2.94	1.66
	S3C0	170.24	1.14	1.14	1.23	1.23	1.90	1.90
	S3C40	208.56	1.41	1.13	1.52	1.21	2.34	1.88
Al-Bayati <i>et al.</i> (2015)	S3C55	315.04	1.94	1.18	2.08	1.26	3.21	1.95
	S3C70	347.16	2.17	1.17	2.32	1.25	3.58	1.93
	IWSA	63.40	1.35	0.88	1.79	1.16	2.61	1.69
	IWS1	50.50	1.27	0.82	1.55	1.00	2.34	1.52
	IWS2	71.60	1.34	0.95	1.68	1.19	2.50	1.76
	IWS3	50.50	1.27	0.82	1.55	1.00	2.34	1.52
	IWS4	58.90	1.55	1.01	1.85	1.20	2.83	1.84
	IWS6	50.50	1.60	1.04	1.77	1.15	2.86	1.86
	IWS7	48.40	1.56	1.01	1.66	1.08	2.67	1.73
	IWS8	46.30	1.48	0.96	1.61	1.04	2.59	1.68
Souza (2015)	IWS9	42.10	1.55	1.01	1.46	0.94	2.34	1.52
	IWS12	48.40	1.22	0.86	1.40	0.99	2.31	1.63
	IWS13	46.30	1.74	1.13	1.69	1.10	2.79	1.81
	IWS14	62.20	1.48	0.96	1.44	0.94	2.65	1.72
	IWS16	37.90	1.18	0.75	1.42	0.89	2.38	1.50
	IWS17	63.20	1.62	1.09	1.83	1.23	2.69	1.81
	M1	384.00	2.63	1.16	2.12	0.94	4.34	1.92
	M1b	400.00	2.83	1.25	2.24	0.99	4.63	2.05
	M2	470.00	3.47	1.53	2.69	1.19	5.62	2.49
	M3	486.00	3.27	1.44	2.66	1.18	5.42	2.40
	M4	510.00	3.45	1.52	2.80	1.24	5.71	2.52
	M5	610.00	2.77	1.22	2.12	0.94	4.45	1.97
Soares (2004)	LR-1	239.00	1.33	1.12	1.45	1.22	2.54	2.14
	LR-2	238.00	1.18	0.95	1.32	1.06	2.22	1.78
Lúcio (1991)	VL4	240.00	1.18	0.92	1.25	0.97	1.75	1.36
	VL7	178.00	1.40	1.09	1.44	1.12	2.04	1.59
		MD	1.68	1.04	1.70	1.08	2.84	1.76
		DV	0.69	0.19	0.44	0.11	1.11	0.30
		CV	0.41	0.18	0.26	0.11	0.39	0.17

Figura 6.3 – Comparação da dispersão das estimativas normativas originais e modificadas



Aplicando o critério de Collins para avaliar a penalidade dos resultados obtidos, para as resistências últimas das lajes do banco de dados apresentados na Tabela 6.4, através das expressões normativas originais e modificadas, observou-se através da Tabela 6.5 que a maioria dos resultados avaliados pelas normas NBR / NBR_{MOD} e EC2 / EC2_{MOD} saíram da faixa “Conservadora” para faixa “Segurança apropriada”, enquanto os resultados da ACI / ACI_{MOD}, que se encontravam na zona “Extremamente conservadora” migraram para a zona “Conservadora”, ou seja, as modificações realizadas nas expressões normativas foram capazes de tornar as estimativas de rupturas das lajes mais precisas, apresentando aos calculistas uma alternativa para obter resultados mais precisos.

Tabela 6.5 - Aplicação do critério DPC para os dados analisados da normas originais e modificadas.

V _{EXP} / V _{TEÓRICO}	Classificação	Penalidade	Nº	Pontuação										
			peças	Total										
			NBR	NBR	NBR_	NBR_	EC2	EC2	EC2_	EC2_	ACI	ACI	ACI_	ACI_
			MOD			MOD			MOD			MOD		
< 0,5	Extremamente Perigosa	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,5 - 0,85]	Perigosa	5	0	0	5	25	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,85 - 1,15]	Segurança Apropriada	0	4	0	23	0	2	0	24	0	0	0	0	0
[1,15 - 2,0]	Conservadora	1	25	25	8	8	26	26	12	12	6	6	31	31
> 2,0	Extremamente conservadora	2	7	14	0	0	8	16	0	0	30	60	5	10
Total			36	39	36	33	36	42	36	12	36	66	36	41

7. PROPOSTA DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DAS LAJES NERVURADAS

A partir dos resultados experimentais obtidos neste trabalho, foi desenvolvida a Equação 7.1, que determina a resistência ao cisalhamento das nervuras das lajes, semelhante a Equação 2.2 criada por Souza (2015). A diferença entre as duas equações (Equação 2.2 e 7.3) ocorre na determinação da área da seção transversal das nervuras (A_c) e na determinação da influência da taxa de armadura de flexão (ρ) na resistência ao cisalhamento das nervuras.

Na Equação desenvolvida por Souza (2015), a área da seção transversal da nervura dada pela Equação 2.3 é calculada em função de h e não de d , e a área da mesa (A_I) da seção T da nervura é reduzida pela relação (b_w/b_f). Além disso, a determinação da influência da taxa de armadura de flexão na resistência ao cisalhamento das nervuras é em função da taxa de armadura de flexão da laje (ρ_l), ao invés da taxa de armadura de flexão das nervuras ($\rho_{nervura}$), como proposto neste trabalho.

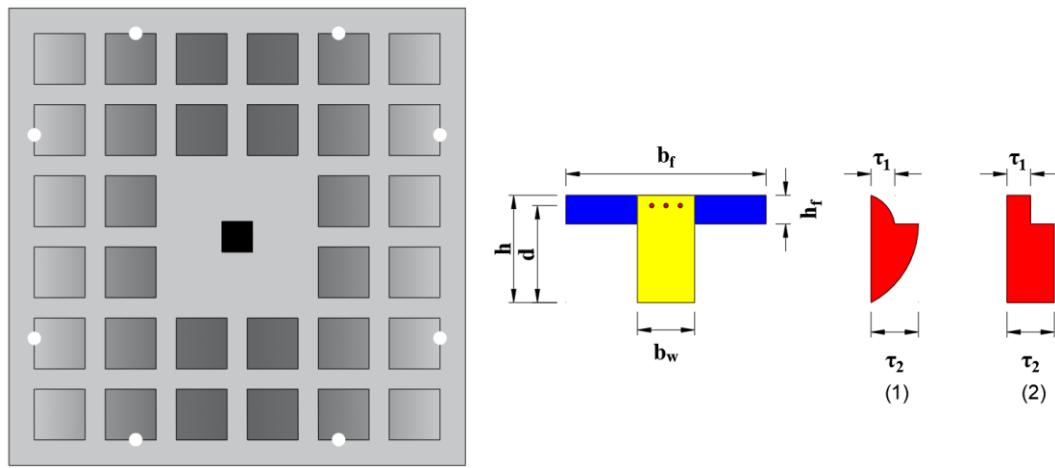
Essas duas variáveis são de grande relevância na determinação da resistência ao cisalhamento das nervuras e provocam uma significativa alteração nos resultados obtidos, como será visto adiante.

$$V_R = n \cdot \tau_{máx} \cdot A_c \quad \text{Equação 7.1}$$

$$\tau_{máx} = \frac{V_{Exp}/n}{A_c} \quad \text{Equação 7.2}$$

$$A_c = b_w \cdot d + (b_f - b_w) \cdot [h_f - (h - d)] \quad \text{Equação 7.3}$$

Figura 7.1 – Distribuição de tensões de cisalhamento em vigas de seção transversal T na fase elástica (1) e na fase plástica (2)

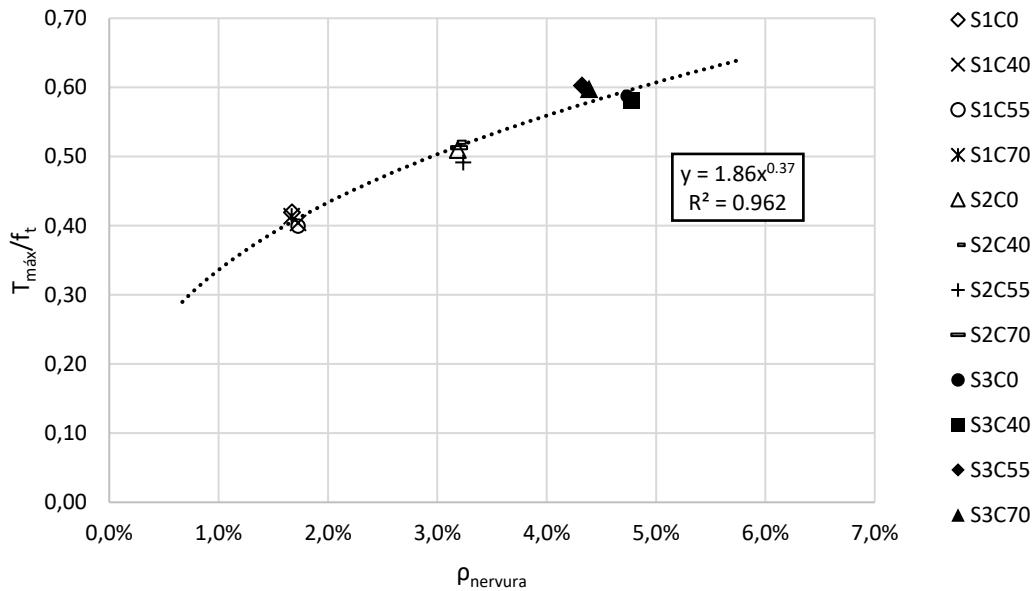


Primeiramente, calculou-se a tensão experimental máxima das nervuras através da Equação 7.2. Em seguida, fez-se a normalização da tensão em relação a resistência à tração do concreto (τ_{max}/f_t), conforme os resultados apresentados na Tabela 7.1. A partir daí, construiu-se o gráfico da Figura 7.2 com coordenadas τ_{max}/f_t e $\rho_{nervura}$. Traçando uma linha de tendência pelos pontos, que representam a resistência ao cisalhamento relativa das nervuras de cada laje ensaiada, determinou-se a Equação 7.4 com R^2 de 0,96. A determinação dessa relação foi realizada com o objetivo de inserir na Equação 7.1 a influência da taxa de armadura de flexão na resistência à força cortante das nervuras.

Tabela 7.1 – Determinação da tensão cisalhante máxima experimental nas nervuras

Autor	Laje	V_{EXP} (kN)	n	V_{EXP}/n (kN)	A_c (mm ²)	$\tau_{máx}$ (MPa)	$\tau_{máx}/f_t$	$\rho_{nervura}$ (%)
Atual	S1C0	126.50	12	10.54	8528	1.24	0.42	1.67
	S1C40	150.82	12	12.57	10550	1.19	0.40	1.72
	S1C55	177.66	12	14.81	12575	1.18	0.40	1.72
	S1C70	226.38	12	18.87	15460	1.22	0.41	1.67
	S2C0	150.04	12	12.50	8320	1.50	0.51	3.19
	S2C40	198.00	12	16.50	10750	1.53	0.52	3.19
	S2C55	215.21	12	17.93	12375	1.45	0.49	3.24
	S2C70	266.86	12	22.24	14700	1.51	0.51	3.20
	S3C0	170.24	12	14.19	8190	1.73	0.59	4.73
	S3C40	208.56	12	17.38	10150	1.71	0.58	4.77
	S3C55	315.04	12	26.25	14775	1.78	0.60	4.32
	S3C70	347.16	12	28.93	16400	1.76	0.60	4.39

Figura 7.2 – Resistência ao cisalhamento relativa das nervuras em função de ρ



$$\frac{\tau_{máx}}{f_t} = 1.86 \cdot \rho_{nervura}^{0.37} \quad \text{Equação 7.4}$$

Substituindo a Equação 7.4 na Equação 7.1 determinamos a Equação 7.5 que dá a resistência ao cisalhamento de uma laje nervura em função da resistência à tração do concreto (f_t), da taxa de armadura de flexão das nervuras ($\rho_{nervuras}$) e da área da seção transversal da nervura (A_c).

$$V_R = n \cdot f_t \cdot (1.86 \cdot \rho_{nervura}^{0.37}) \cdot A_c \quad \text{Equação 7.5}$$

Onde,

$$f_t = 0,3 \cdot f_c^{2/3} \quad \text{Equação 7.6}$$

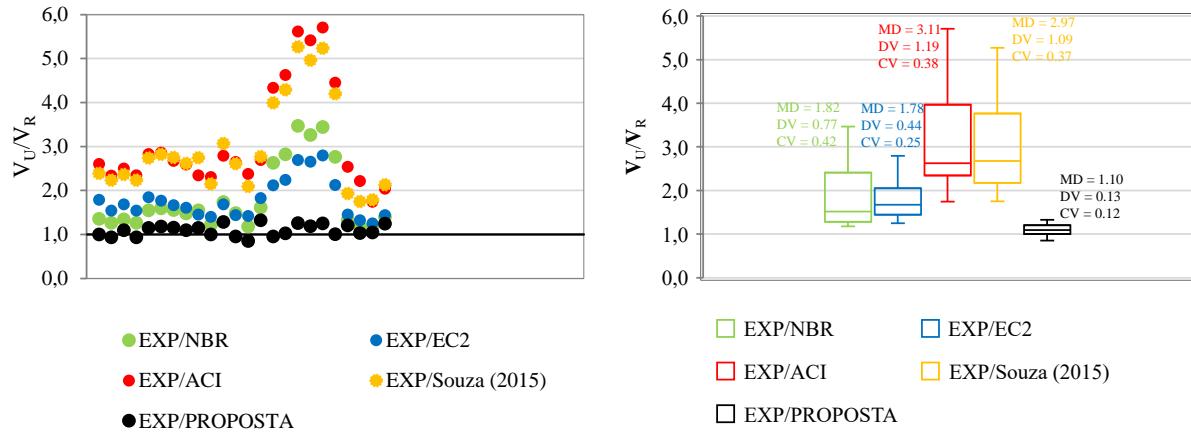
$$A_c = b_w \cdot d + (b_f - b_w) \cdot [h_f - (h - d)] \quad \text{Equação 7.7}$$

Para testar a precisão dessa nova equação e compará-la com as estimativas obtidas através da equação desenvolvida por Souza (2015), pelas equações normativas originais e modificadas, utilizou-se o mesmo banco de dados das Tabelas 6.2 e 6.3. Os resultados são apresentados na Tabela 7.2 e na Figura 7.3.

Tabela 7.2 - Estimativas do BD de acordo com as equações normativas e propostas

Autor	Laje	V_{EXP} (kN)	V_{EXP}/V_{NBR}	V_{EXP}/V_{EC2}	V_{EXP}/V_{ACI}	V_{EXP}/V_{Souza} (2015)	$V_{EXP}/V_{PROPOSTA}$
Al-Bayati <i>et al.</i> (2015)	IWSA	63.40	1.35	1.79	2.61	2.39	1.00
	IWS1	50.50	1.27	1.55	2.34	2.24	0.94
	IWS2	71.60	1.34	1.68	2.50	2.36	1.10
	IWS3	50.50	1.27	1.55	2.34	2.24	0.94
	IWS4	58.90	1.55	1.85	2.83	2.74	1.15
	IWS6	50.50	1.60	1.77	2.86	2.82	1.18
	IWS7	48.40	1.56	1.66	2.67	2.75	1.15
	IWS8	46.30	1.48	1.61	2.59	2.61	1.10
	IWS9	42.10	1.55	1.46	2.34	2.74	1.15
	IWS12	48.40	1.22	1.40	2.31	2.15	1.00
	IWS13	46.30	1.74	1.69	2.79	3.07	1.29
	IWS14	62.20	1.48	1.44	2.65	2.61	0.96
	IWS16	37.90	1.18	1.42	2.38	2.09	0.85
	IWS17	63.20	1.62	1.83	2.69	2.77	1.32
	M1	384.00	2.63	2.12	4.34	4.00	0.95
	M1b	400.00	2.83	2.24	4.63	4.29	1.03
Souza (2015)	M2	470.00	3.47	2.69	5.62	5.27	1.26
	M3	486.00	3.27	2.66	5.42	4.96	1.19
	M4	510.00	3.45	2.80	5.71	5.24	1.25
	M5	610.00	2.77	2.12	4.45	4.20	1.00
	LR-1	239.00	1.33	1.45	2.54	1.93	1.21
Soares (2004)	LR-2	238.00	1.18	1.32	2.22	1.75	1.03
	VL4	240.00	1.18	1.25	1.75	1.79	1.05
Lúcio (1991)	VL7	178.00	1.40	1.44	2.04	2.13	1.25
	MD	1.82	1.78	3.11	2.97	1.10	
	DV	0.77	0.44	1.19	1.09	0.13	
	CV	0.42	0.25	0.38	0.37	0.12	

Figura 7.3 – Comparação da dispersão das estimativas normativas originais e propostas



A partir da análise da Tabela 7.2 e Figura 7.3, conclui-se que a Equação 7.5, proposta nesse trabalho, mostrou resultados bastante satisfatórios, com relação $V_{EXP}/V_{PROPOSTA}$ média de 1,12 e coeficiente de variação (CV) de 0,12, ficando atrás apenas da norma EC2_MOD, dentre todos os modelos apresentados. O modelo desenvolvido por Souza (2015), foi “Extremamente conservador” conforme o resultado da análise realizada pelo critério de Collins (2001) apresentados nas tabelas 7.2 e 7.3, equiparando-se aos resultados obtidos pela norma ACI. Vale ressaltar que esta equação desenvolvida foi validada em um banco de dados diversificado e incluindo lajes com escalas bem pequenas (1/10).

Tabela 7.3 - Aplicação do critério DPC para os dados analisados normas e proposta

$V_{EXP} / V_{TEÓRICO}$	Classificação	Penalidade	Nº	Pontuação	Nº	Pontuação	Nº	Pontuação	Nº	Pontuação	Nº	Pontuação
			peças	Total	peças	Total	peças	Total	peças	Total	peças	Total
			NBR	NBR	EC2	EC2	ACI	ACI	Souza (2015)	Souza (2015)	PROPOSTA	PROPOSTA
< 0,5	Extremamente Perigosa		10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,5 - 0,85]	Perigosa		5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,85 - 1,15]	Segurança Apropriada		0	0	0	0	0	0	0	0	16	0
[1,15 - 2,0]	Conservadora		1	18	18	18	1	1	3	3	8	8
> 2,0	Extremamente conservadora		2	6	12	6	12	23	46	21	42	0
Total			24	30	24	30	24	47	24	45	24	8

8. RESULTADOS, DISCUSSÕES E VALIDAÇÃO DA HIPÓTESE

Neste capítulo são apresentados todos os resultados obtidos de forma experimental e computacional desta pesquisa. Primeiramente são apresentados os resultados dos ensaios de caracterização dos materiais (concreto e aço) e em seguida, os resultados experimentais e computacionais referentes as cargas de ruptura, deslocamentos verticais, configuração deformada ao longo do comprimento, deformações das barras de flexão, deformações do concreto, influência da taxa de armadura de flexão e da espessura da capa na resistência última e mapa de fissuração.

8.1. Resultados Experimentais

8.1.1. Concreto

As propriedades mecânicas do concreto foram determinadas através de ensaios de resistência à compressão, resistência à tração, compressão diametral e módulo de elasticidade longitudinal nos corpos de provas apresentados na Figura 8.1. Todos os ensaios foram realizados na prensa EMIC com capacidade de 200 toneladas do Laboratório de Engenharia Civil da UFPA.

Figura 8.1 – Corpos de prova utilizados nos ensaios



8.1.1.1. Resistência à compressão

Para determinar a resistência à compressão foram realizados ensaios em corpos de provas 100 mm x 200 mm, no mesmo dia dos testes das lajes, e foram determinadas a resistência à compressão axial de acordo com a NBR 5739 (ABNT, 2007). A resistência à compressão do concreto adotada foi a média aritmética obtida entre os 16 corpos de provas conforme apresentado na Tabela 8.1 e a Figura 8.2 mostra o ensaio sendo realizado em um corpo de prova.

Tabela 8.1 – Resultados dos ensaios de resistência à compressão

Corpos de provas	f_c (MPa)
1	30,5
2	31,4
3	32,5
4	29,9
5	30,4
6	31,0
7	30,6
8	29,9
9	32,3
10	29,8
11	32,3
12	31,8
13	30,6
14	31,0
15	29,7
16	31,6
Média	31,0

Figura 8.2 – Ensaio para determinação da resistência à compressão do concreto



8.1.1.2. Resistência à tração

A resistência à tração por compressão diametral foi determinada de acordo com a NBR 7222 (ABNT, 2011). Da mesma forma como na determinação da resistência à compressão, foram moldados e ensaiados 3 corpos de prova cilíndricos de 100 mm x 200 mm de dimensões para cada laje, sendo considerada a resistência à tração, a média aritmética entre os valores. A Tabela 8.2 apresenta os resultados desses ensaios e a Figura 8.3 mostra um dos corpos de provas posicionado para a realização do ensaio de tração por compressão diametral.

Tabela 8.2 – Resultados dos ensaios de resistência à tração

Corpos de Provas	f_t (MPa)
1	2,46
2	3,15
3	2,17
Média	2,59

Figura 8.3 – Ensaio para determinação da resistência à tração por compressão diametral



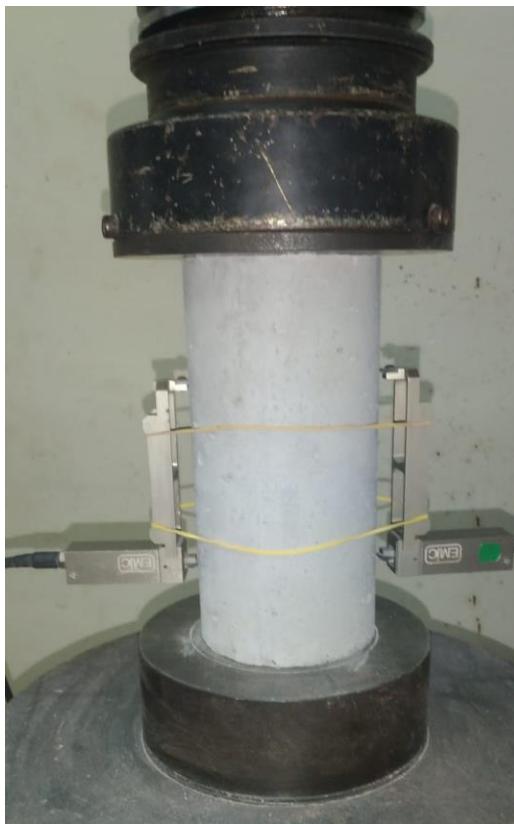
8.1.1.3. Módulo de elasticidade

Para determinação do módulo de elasticidade foram ensaiados 3 corpos de prova cilíndricos de 100 mm x 200 mm de dimensões, de acordo com as recomendações estabelecidas pela NBR 8522 (ABNT, 2008). A Tabela 8.3 apresenta os resultados experimentais para o módulo de elasticidade e a Figura 8.4 mostra o ensaio de um corpo de prova sendo realizado com um *clip-gage*.

Tabela 8.3 – Resultados dos ensaios de módulo de elasticidade

Corpos de provas	E_c (GPa)
1	29,62
2	32,27
3	32,80
Média	31,56

Figura 8.4 – Ensaio de módulo de elasticidade do concreto



8.1.2. Aço

Para determinar a resistência à tração e o módulo de elasticidade das barras de aço utilizadas na confecção das lajes, foram retiradas 3 amostras de corpo de prova de 500 mm de comprimento de cada diâmetro, as quais foram ensaiadas de acordo com a NBR 6892 (ABNT, 2013). As deformações das barras foram medidas através de extensômetros do tipo *clip-gage* (Figura 8.5). Os resultados das propriedades mecânicas dos aços utilizados nesta pesquisa são apresentados na Tabela 8.4 e representam a média entre os 3 corpos de prova ensaiados para cada diâmetro de barra. As figuras 8.6, 8.7 e 8.8 mostram as curvas de tensão x deformação para os aços ensaiados. O último ponto não corresponde à tensão máxima, pois não se mediou a deformação para esta tensão.

Tabela 8.4 – Resultados dos ensaios de módulo de elasticidade do aço

Diâmetro \varnothing (mm)	f_{ys} (MPa)	ε_{ys} (%)	E_s (GPa)	Tipo de armadura
5.0	670	3,31	204	Armadura de distribuição
10.0	580	2,92	200	Armadura principal
12.5	571	2,84	192	Armadura principal

Figura 8.5 – Ensaio de tração do aço



Figura 8.6 – Curva tensão x deformação para o aço de 5,0 mm

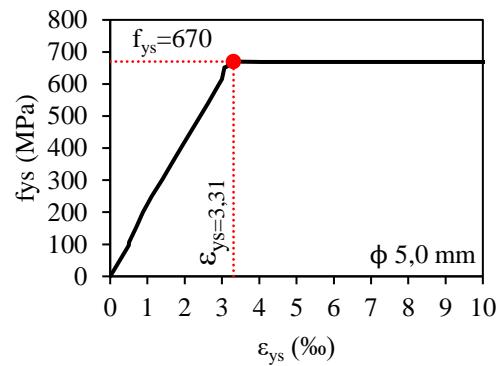


Figura 8.7 – Curva tensão x deformação para o aço de Ø10.0 mm

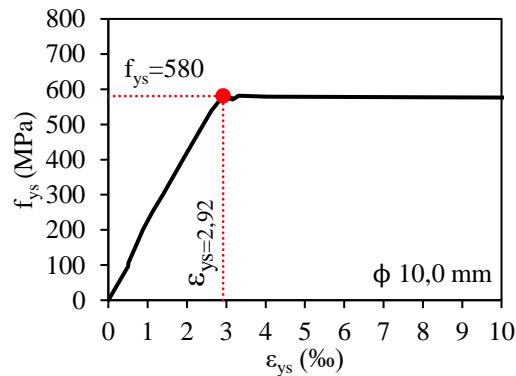
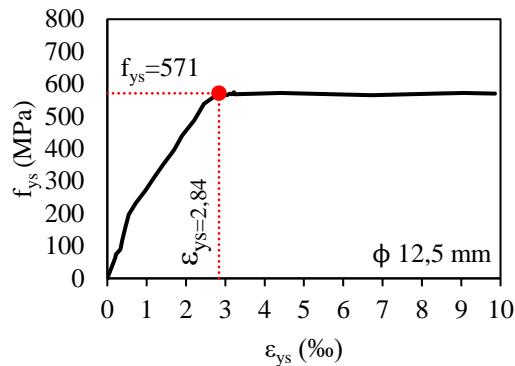


Figura 8.8 – Curva tensão x deformação para o aço de Ø12,5 mm



8.1.3. Cargas últimas e modos de ruptura

Na Tabela 8.5 são apresentadas as cargas de rupturas obtidas nos ensaios experimentais. Nota-se que ao se aumentar a espessura da capa e da taxa houve ganhos de resistência. Todas as lajes romperam por cisalhamento nas nervuras.

Tabela 8.5 – Cargas últimas experimentais das lajes e modos de ruptura

Laje	V_{EXP} (kN)	Modo de ruptura
S1C0	126,50	Cisalhamento nas nervuras
S1C40	150,82	Cisalhamento nas nervuras
S1C55	177,66	Cisalhamento nas nervuras
S1C70	226,38	Cisalhamento nas nervuras
S2C0	150,04	Cisalhamento nas nervuras
S2C40	198,00	Cisalhamento nas nervuras
S2C55	215,21	Cisalhamento nas nervuras
S2C70	266,86	Cisalhamento nas nervuras
S3C0	170,24	Cisalhamento nas nervuras
S3C40	208,56	Cisalhamento nas nervuras
S3C55	315,04	Cisalhamento nas nervuras
S3C70	347,16	Cisalhamento nas nervuras

Na Tabela 8.6 e Figura 8.9 são apresentados os ganhos de cargas em quilonewton (kN) e percentual (%), devido a variação da capa e taxa de armadura. Analisando apenas por grupos de mesma taxa, observa-se que para as lajes com uma barra na nervura (grupo S1), ao se aumentar a capa de 0 mm para 40 mm, 55 mm e 70 mm os ganhos foram de 24,32 kN (19,23 %), 51,16 (40,44 %) e 99,88 (78,96 %), respectivamente.

Para as lajes do grupo S2, onde se dobrou a taxa de armadura, os ganhos foram de 47,96 kN (31,96 %), 65,17 (43,44 %) e 116,82 (77,86 %), respectivamente. Já para as lajes do grupo S3, onde se triplicou a taxa de armadura, os ganhos foram de 38,32 kN (22,51 %), 144,80 (85,06 %) e 176,92 (103,92 %), respectivamente.

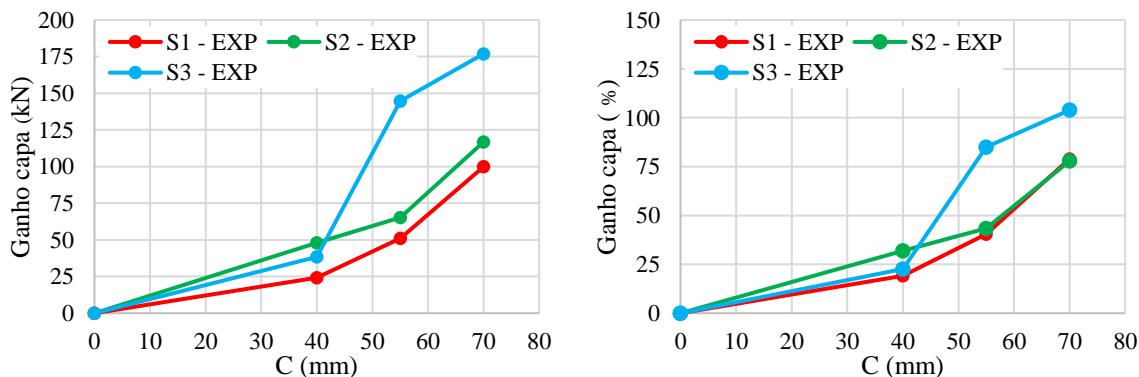
Nota-se que para as lajes dos grupos de menor taxa e taxa intermediária (S1 e S2), os ganhos de cargas foram semelhantes, inclusive para a laje S3C40 do grupo de maior taxa.

É interessante observar que as lajes com maiores capas têm um desempenho significativamente melhor com taxas de armaduras mais elevadas (S3C55 e S3C70). De fato, as armaduras desempenham uma função extremamente importantes no aumento da rigidez e retardamento do surgimento de fissuras.

Tabela 8.6 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes

Laje	V _{EXP} (kN)	Ganho		Capa (mm)
		Diferença	(kN)	
S1C0	126,50	S1C0- S1C0	0,00	0,00
S1C40	150,82	S1C40- S1C0	24,32	19,23
S1C55	177,66	S1C55- S1C0	51,16	40,44
S1C70	226,38	S1C70- S1C0	99,88	78,96
S2C0	150,04	S2C0- S2C0	0,00	0,00
S2C40	198,00	S2C40- S2C0	47,96	31,96
S2C55	215,21	S2C55- S2C0	65,17	43,44
S2C70	266,86	S2C70- S2C0	116,82	77,86
S3C0	170,24	S3C0- S3C0	0,00	0,00
S3C40	208,56	S3C40- S3C0	38,32	22,51
S3C55	315,04	S3C55- S3C0	144,80	85,06
S3C70	347,16	S3C70- S3C0	176,92	103,92

Figura 8.9 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes



Agora, refazendo as análises anteriores para os grupos de mesma capa, nota-se que para as lajes com capa 0 mm (grupo C0), ao se aumentar a quantidade de barras de 1, para 2 ou 3 barras nas nervuras, os ganhos foram de 23,54 kN (18,61 %) e 43,74 kN (34,58 %), respectivamente.

Para as lajes do grupo C40, ao se duplicar e triplicar a taxa armadura nas nervuras, os ganhos foram de 47,18 kN (31,28 %), 57,74 kN (38,28 %), respectivamente. Já para as lajes do grupo C55, dobrando e triplicando a taxa de armadura, os ganhos foram de 37,55 kN (21,14 %) e 137,38 kN (77,33 %), respectivamente.

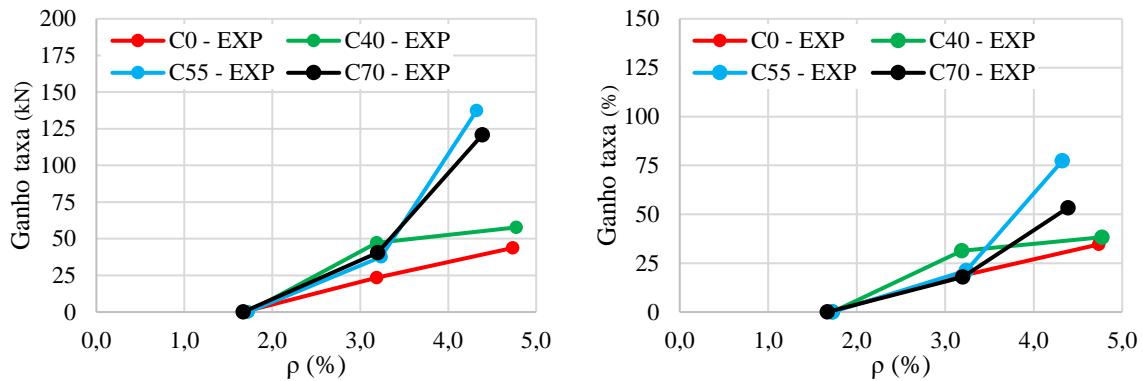
Por fim, para as lajes do grupo C70, ao se usar 2 e 3 barras de aço nas nervuras, os ganhos foram de 40,48 kN (17,88 %) e 120,78 kN (53,35 %), respectivamente.

É notório observar que os ganhos máximos de cargas devido a variação da taxa de armadura ($S3C55 - S1C55 = 137,38 \text{ kN} / 77,33 \%$) foram inferiores aos ganhos máximos obtidos com a variação da capa ($S3C70 - S3C0 = 176,92 \text{ kN} / 103,92 \%$). Nesse sentido, analisando separadamente, seria mais vantagem aumentar a capa da laje ao invés da taxa de armadura, porém, os resultados experimentais também mostraram que as lajes que tiveram os melhores ganhos são as que possuem maiores capas associadas a maior taxa ($S3C55$ e $S3C70$), conforme pode ser observado na Tabela 8.7 e Figura 8.10.

Tabela 8.7 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes

Laje	V_{EXP} (kN)	Ganho			$\rho_{nervura}$ (%)
		Diferença	(kN)	(%)	
S1C0	126,50	S1C0-S1C0	0,00	0,00	1,67
S2C0	150,04	S2C0-S1C0	23,54	18,61	3,19
S3C0	170,24	S3C0-S1C0	43,74	34,58	4,73
S1C40	150,82	S1C40- S1C40	0,00	0,00	1,72
S2C40	198,00	S2C40- S1C40	47,18	31,28	3,19
S3C40	208,56	S3C40- S1C40	57,74	38,28	4,77
S1C55	177,66	S1C55- S1C55	0,00	0,00	1,72
S2C55	215,21	S2C55- S1C55	37,55	21,14	3,24
S3C55	315,04	S3C55- S1C55	137,38	77,33	4,32
S1C70	226,38	S1C70- S1C70	0,00	0,00	1,67
S2C70	266,86	S2C70- S1C70	40,48	17,88	3,20
S3C70	347,16	S3C70- S1C70	120,78	53,35	4,39

Figura 8.10 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes



8.1.4. Deslocamentos verticais

As figuras 8.11 e 8.12 apresentam os deslocamentos verticais das lajes do grupo 1 e 2, respectivamente, medidos por meio dos potenciômetros posicionados conforme mostrado na Figura 3.20. Nota-se que tanto o aumento da espessura da capa quanto o da taxa de armadura de flexão influenciaram no aumento da resistência última e da rigidez das lajes.

Para analisar o ganho de rigidez das lajes foi determinado o índice de rigidez de cada laje dividindo a carga última de ruptura pelo deslocamento máximo correspondente. Os resultados são apresentados nas figuras 8.13 e 8.14, organizados em função da variação da espessura da capa e da taxa de armadura, respectivamente.

É notório que não houve uma mudança significativa na rigidez dos espécimes ao se aumentar a espessura da capa das lajes de mesma taxa de armadura, exceto para a laje S2C0, pertencentes ao grupo de taxa intermediária, que apresentou uma rigidez inferior dentro do seu grupo, conforme observado na Figura 8.13. Por outro lado, ao se analisar a Figura 8.14, fica evidente que o aumento da taxa de armadura elevou a rigidez das lajes.

Figura 8.11 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo 1

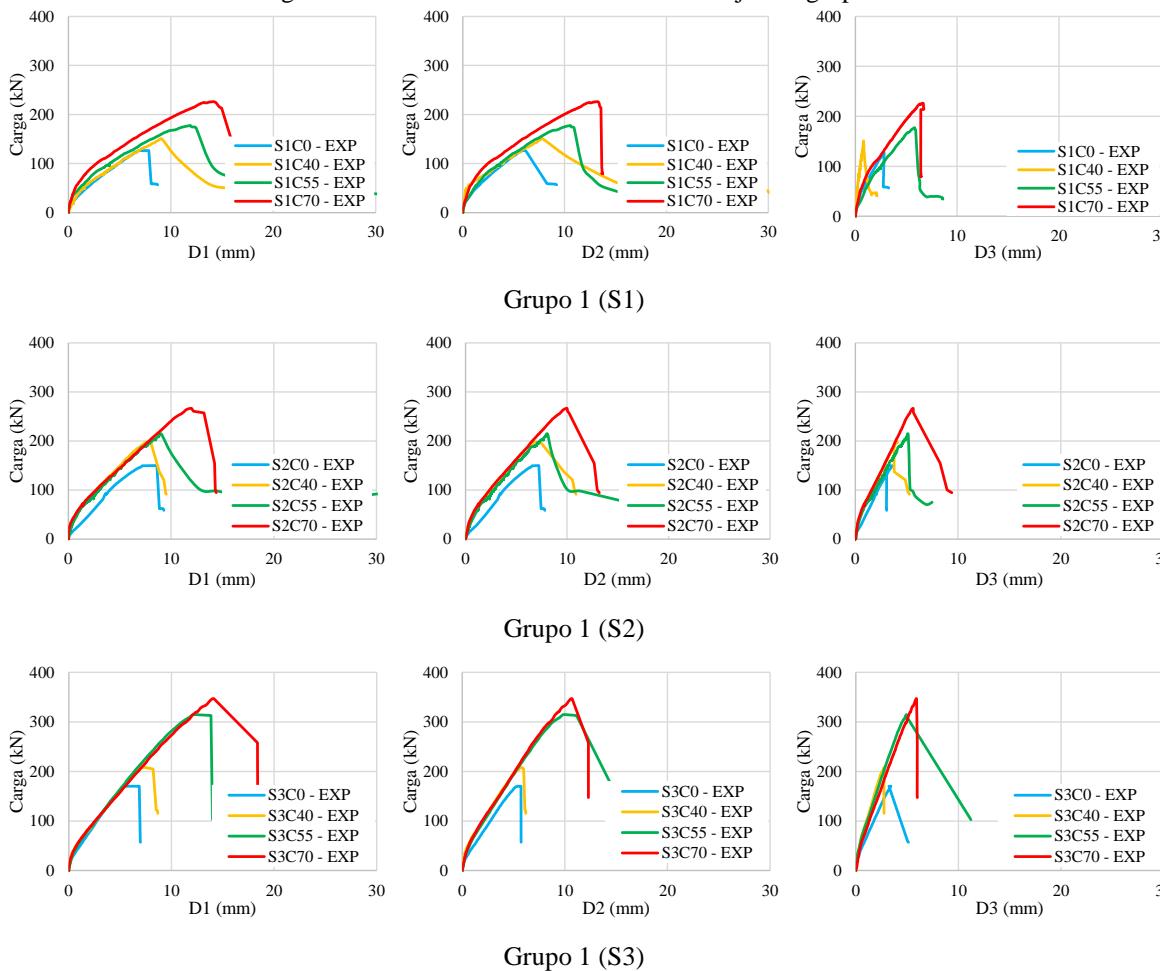


Figura 8.12 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo 2

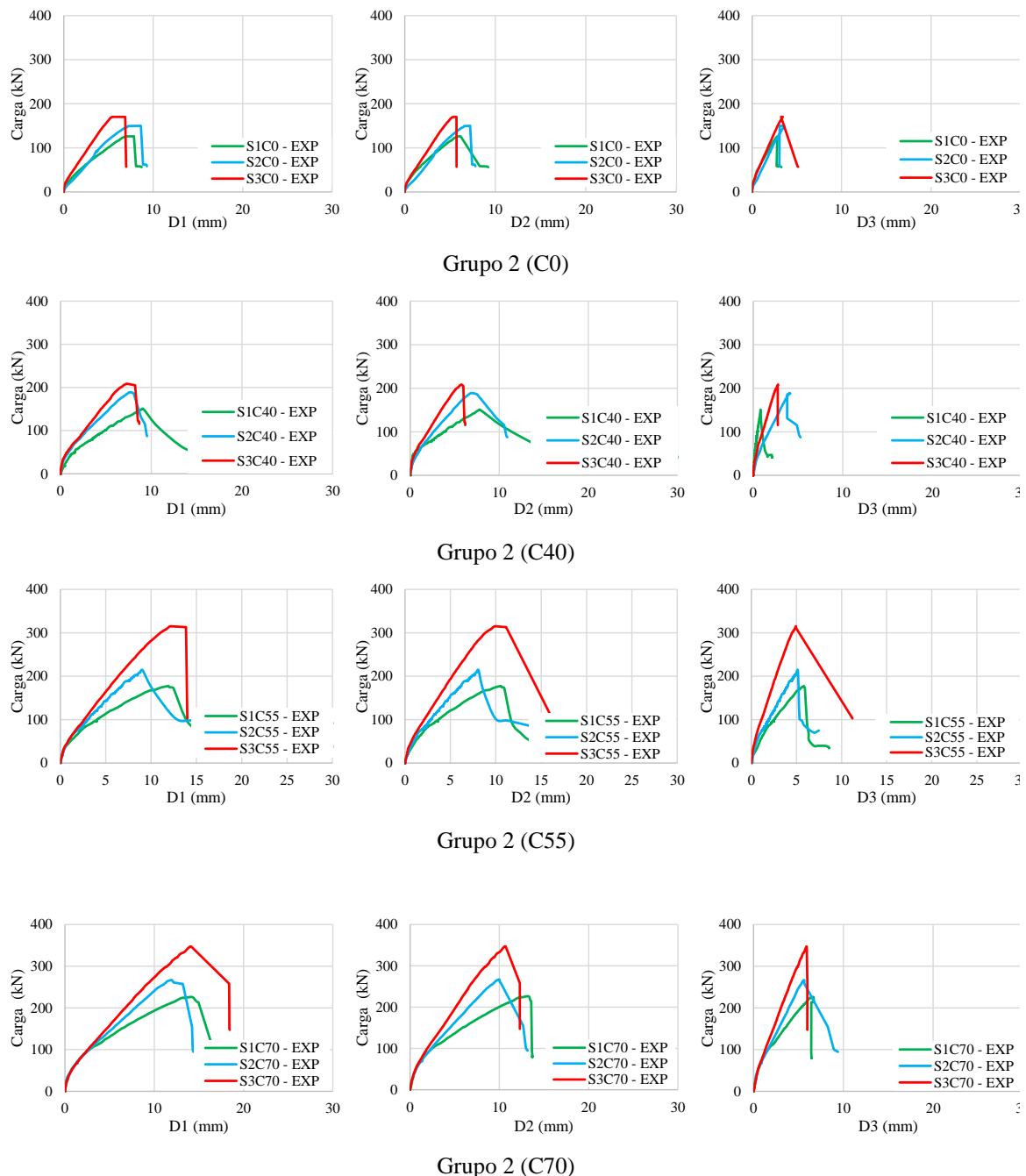


Figura 8.13 – Influência da espessura da capa na rigidez das lajes

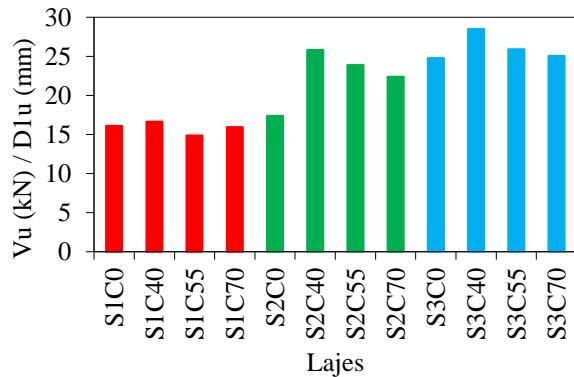
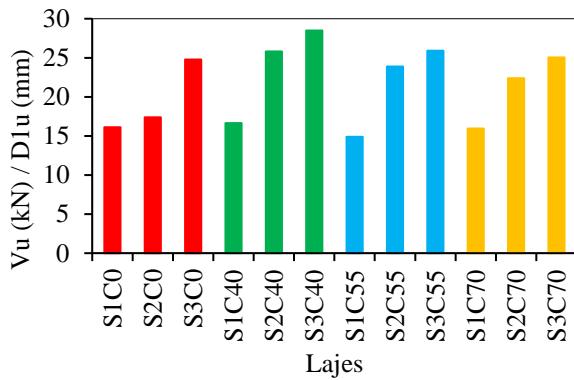


Figura 8.14 – Influência da taxa de armadura na rigidez das lajes



8.1.5. Deformada da laje ao longo do comprimento

Ao analisar as figuras 8.15 e 8.16, nota-se, que na região central, onde está localizado o maciço, houve uma menor rotação, isso já era esperado, visto que é zona mais rígida da laje. Também nesta região de momento fletor máximo, onde foi aplicado o carregamento, mas especificamente no ponto central (D1), obtiveram-se os maiores deslocamentos. De modo geral, nota-se nas figuras 8.15 e 8.16 que tanto o aumento da espessura da capa quanto o da taxa de armadura de flexão influenciaram significativamente no aumento da resistência última e da rigidez das lajes.

Figura 8.15 – Deformada das lajes do grupo 1 na ruptura

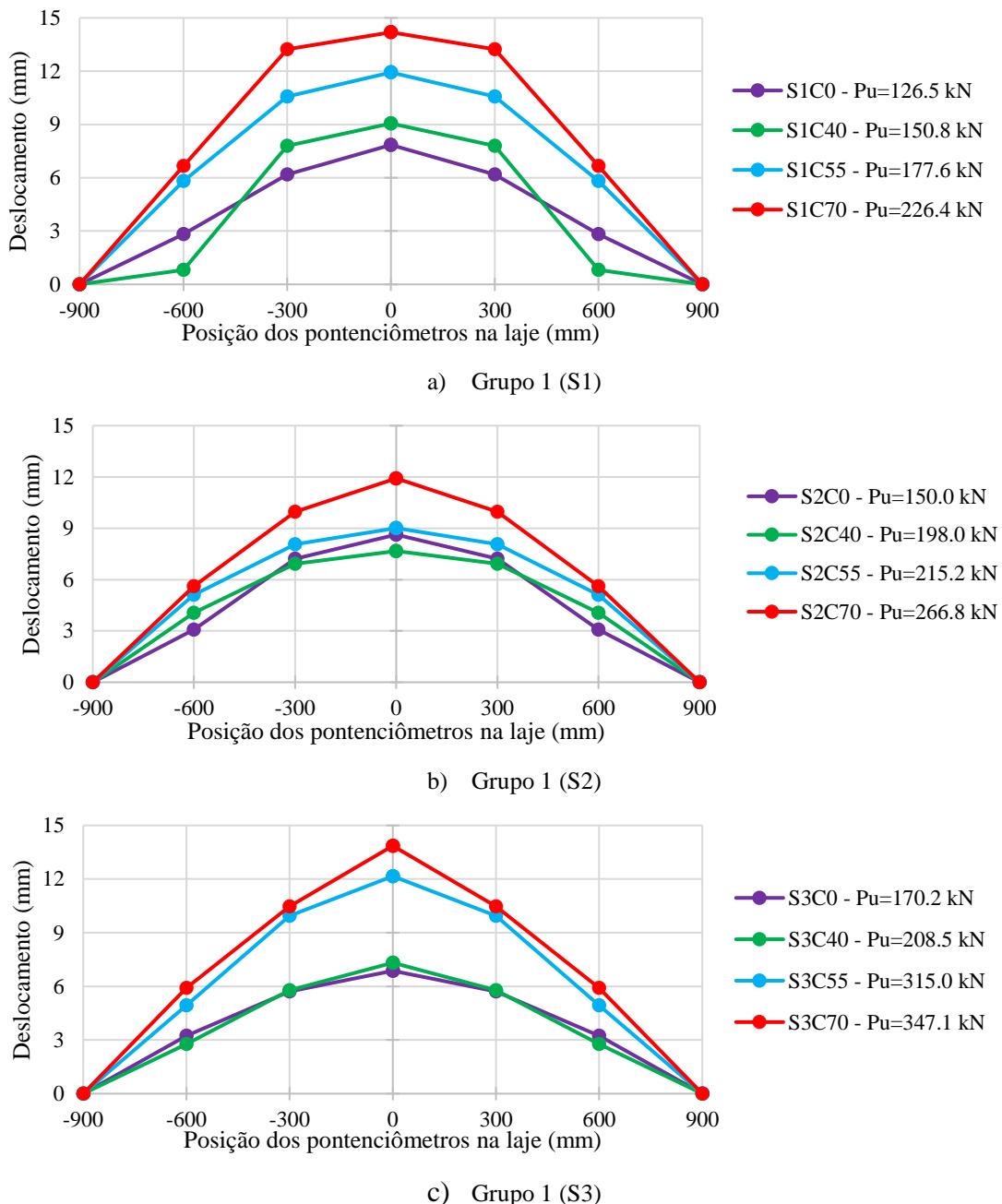
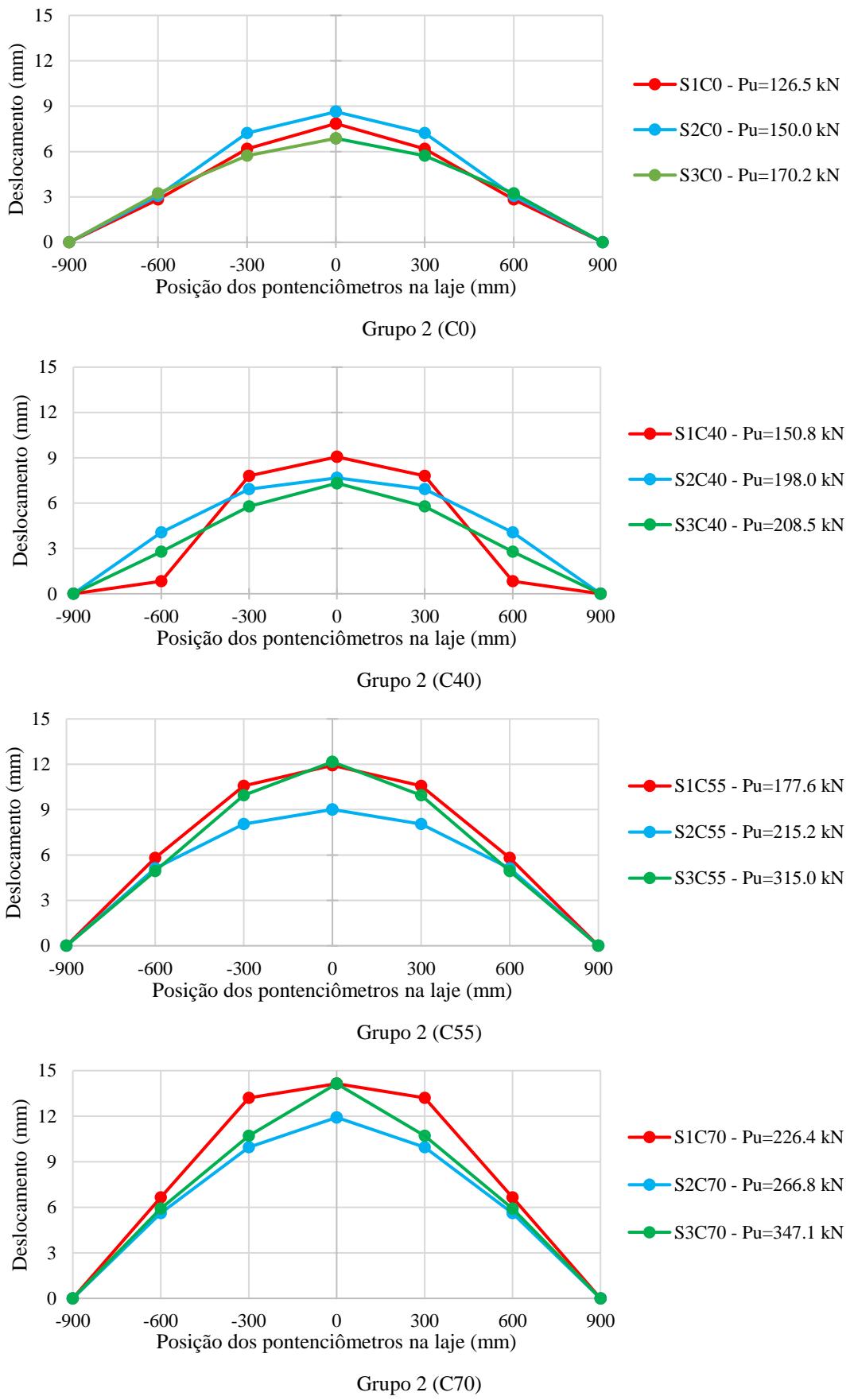


Figura 8.16 – Deformada das lajes do grupo 2 na ruptura



8.1.6. Deformações da armadura de flexão

As figuras 8.17 e 10.18 apresentam as deformações das barras de aço durante os ensaios. De modo geral, os valores das deformações nas armaduras longitudinais foram baixos, ou seja, distantes do valor esperado para o escoamento da barra de aço ($2,84\%$).

Figura 8.17 – Deformação das armaduras de flexão do grupo 1

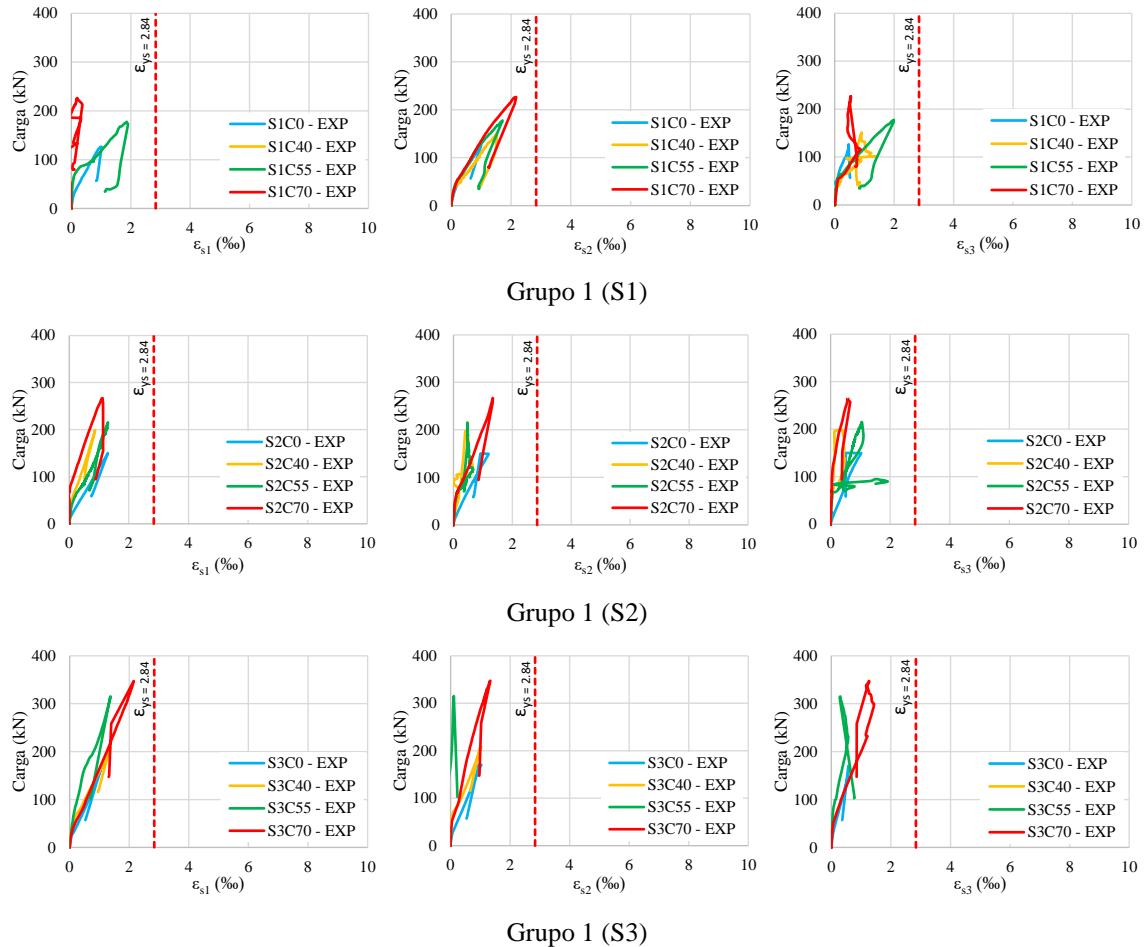
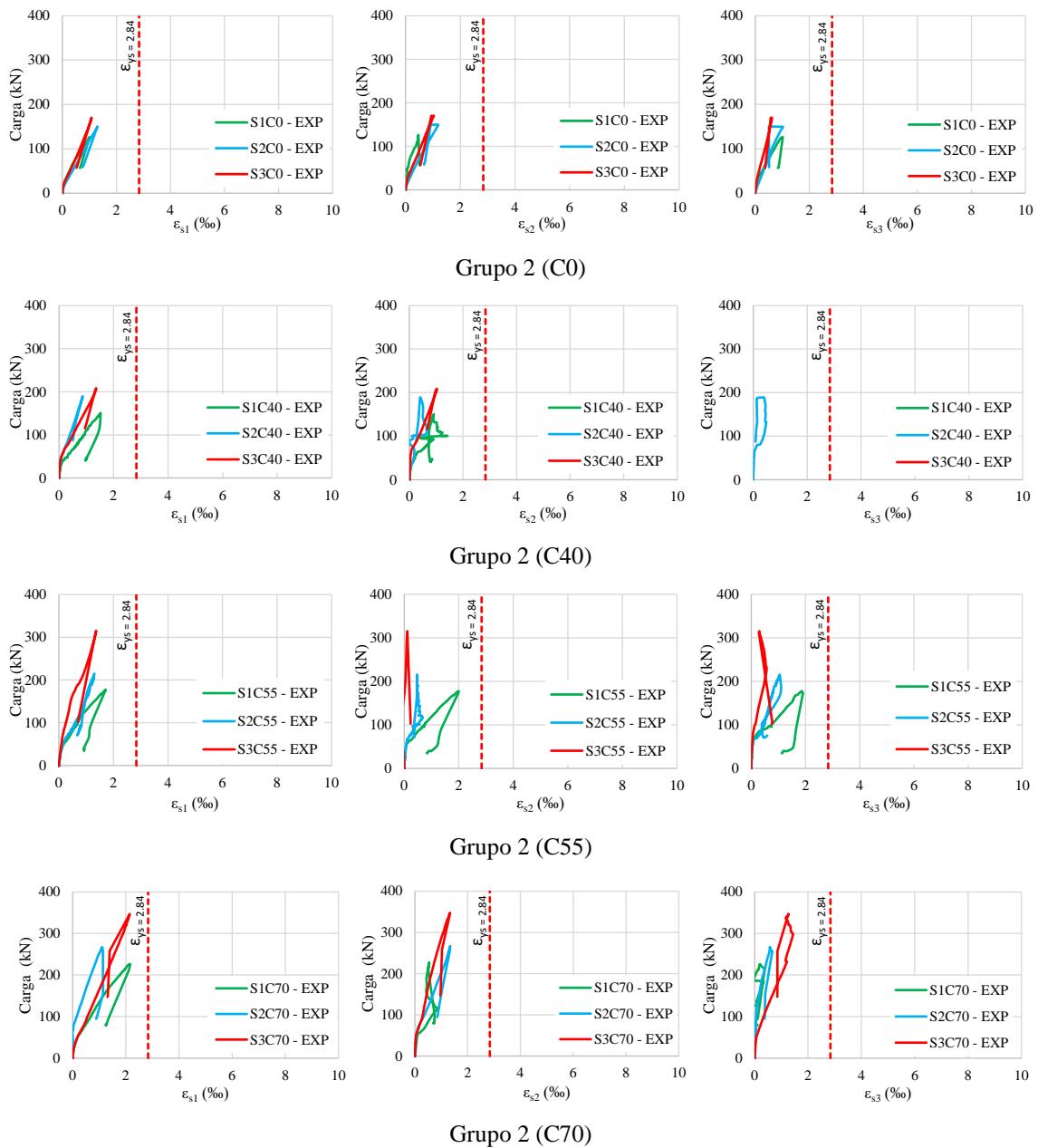


Figura 8.18 – Deformação das armaduras de flexão do grupo 2



8.1.7. Deformações do concreto

As figuras 8.19 e 8.20 apresentam as deformações no concreto durante os ensaios. De modo geral, os valores das deformações foram baixos, ou seja, distantes do valor esperado para o esmagamento do concreto ($3,5\%$).

Figura 8.19 – Deformação no concreto das lajes do grupo 1

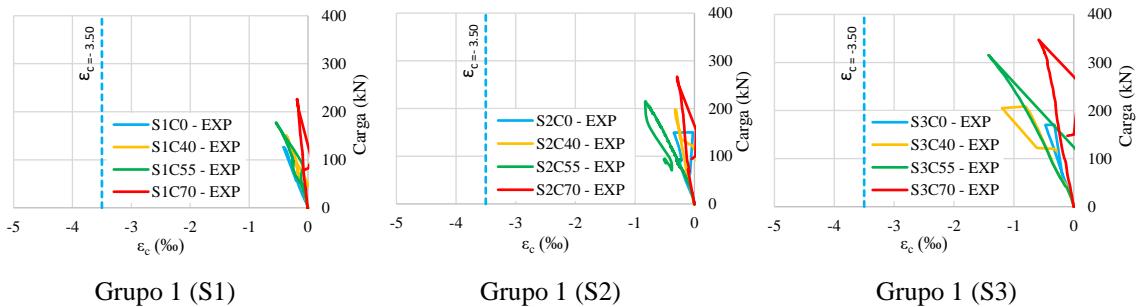
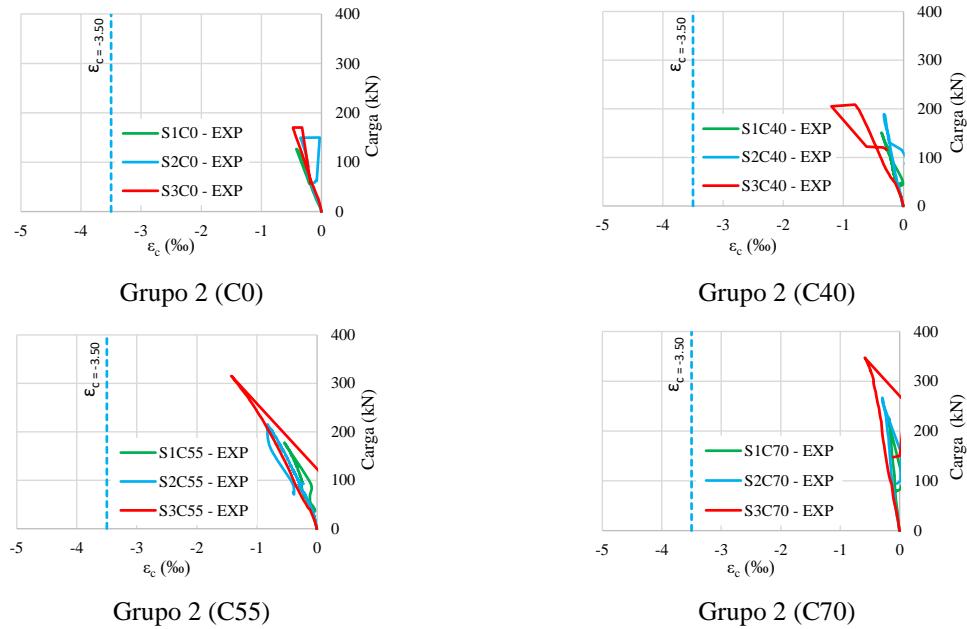


Figura 8.20 – Deformação no concreto das lajes do grupo 2



8.1.8. Mapa de fissuração e superfície de ruptura das lajes

As lajes sem capa (S1C0, S2C0 e S3C0) romperam sem nenhuma fissuração na superfície da região maciça como pode ser visto nas figuras 8.21, 8.22 e 8.23. O fato de as lajes não possuírem capa, fez com que a região maciça fosse menos solicitada.

As lajes com capa de 40 mm (S1C40, S2C40 e S3C40) apresentaram inicialmente fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver figuras 8.24, 8.25 e 8.64). Não houve fissuração em cima do maciço para as lajes S1C40 e S2C40, apenas a laje S3C40 apresentou fissuração nessa região em níveis mais elevados de carregamento.

Para as lajes S1C55 e S2C55, primeiramente surgiram fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver figuras 8.27 e 8.28). Já para a laje S3C55 não se observou de forma clara as fissuras tangenciais ao redor do maciço, isso pode indicar que a laje se comportou mais próximo de uma laje maciça, conforme pode ser observado na Figura 8.29. Foi observado também que houve fissuração em cima do maciço para a laje S3C55, para níveis mais elevados de carregamento, exceto para a laje S1C55 e S2C55.

O mesmo ocorreu para as lajes S1C70 e S2C70, inicialmente surgiram fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver figuras 8.30 e 8.31). Já para a laje S3C70 não se observou de forma clara as fissuras tangenciais ao redor do maciço, isso pode indicar que a laje se comportou mais próximo de uma laje maciça, conforme pode ser observado na Figura 8.32. Foi observado também que houve fissuração em cima do maciço para as lajes S2C70 e S3C70, para níveis mais elevados de carregamento, exceto para a laje S1C70.

Por fim, todas as lajes romperam por cisalhamento nas nervuras. A superfície de ruptura inicia na face inferior da laje, na ligação das nervuras com o maciço e finaliza na superfície superior da laje próximo aos apoios, conforme pode ser observado nas figuras de 8.21 a 8.32. Observou-se também que em algumas lajes com capa, a fissura encontra resistência na capa e caminha horizontal nas nervuras. Bem diferente das lajes sem capa que a fissura faz seu percurso inclinado natural.

Figura 8.21 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C0



S1C0

Figura 8.22 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C0



S2C0

Figura 8.23 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C0



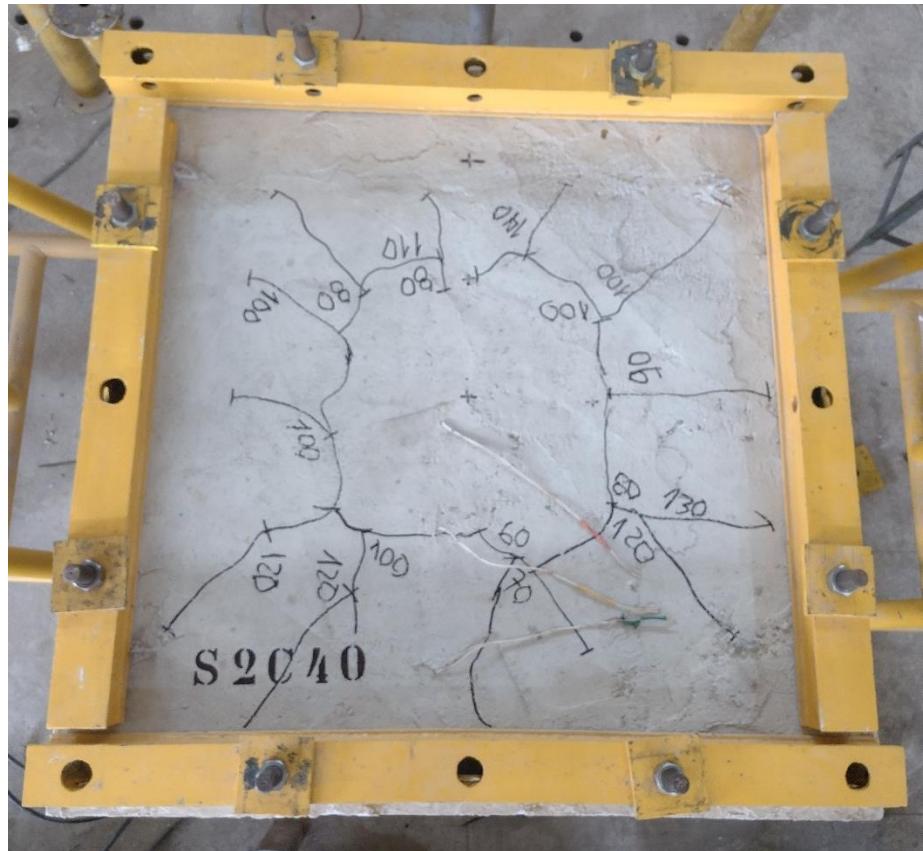
S3C0

Figura 8.24 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C40



S1C40

Figura 8.25 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C40



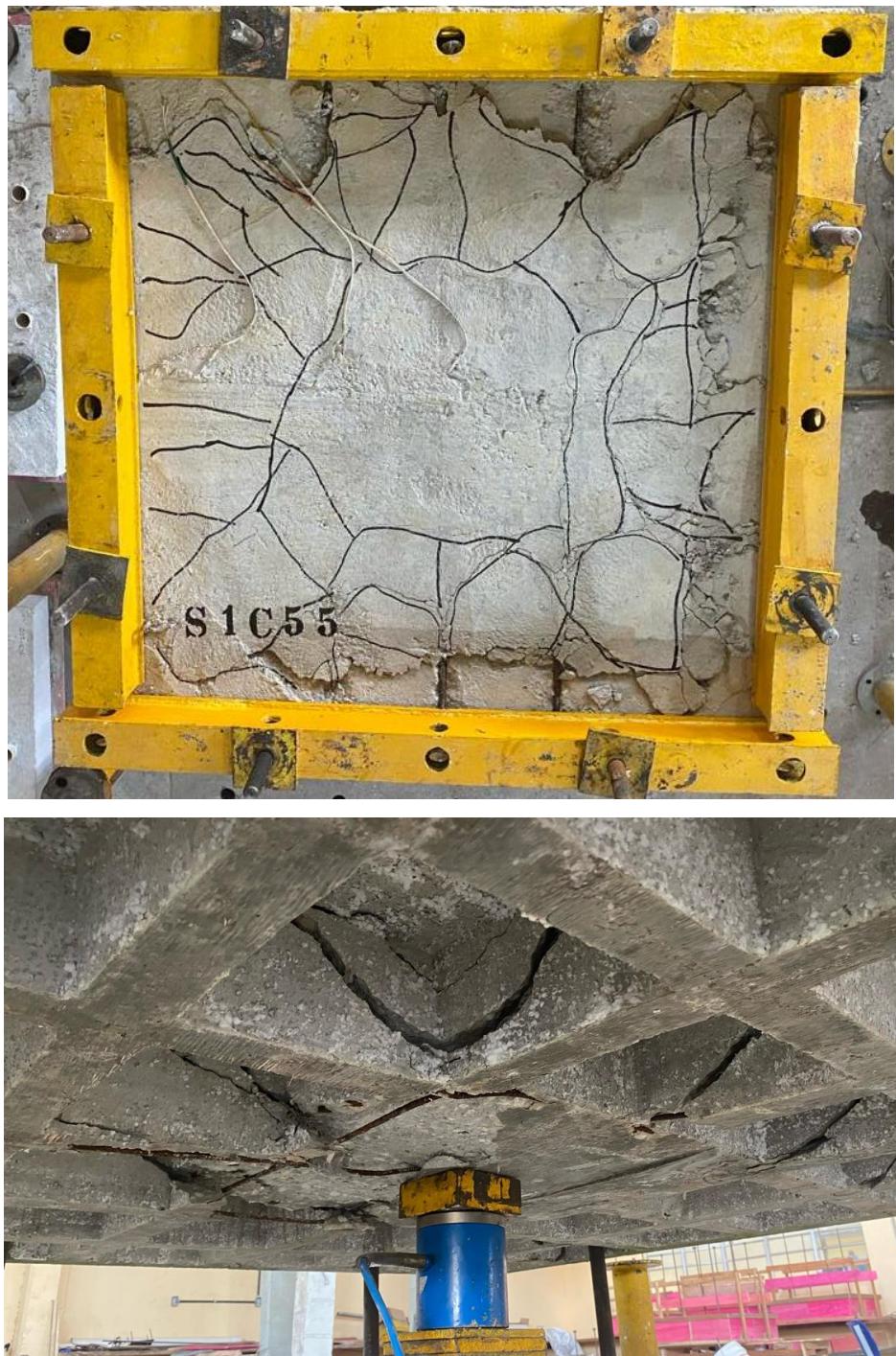
S2C40

Figura 8.26 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C40



S3C40

Figura 8.27 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C55



S1C55

Figura 8.28 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C55



S2C55

Figura 8.29 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C55



S3C55

Figura 8.30 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S1C70



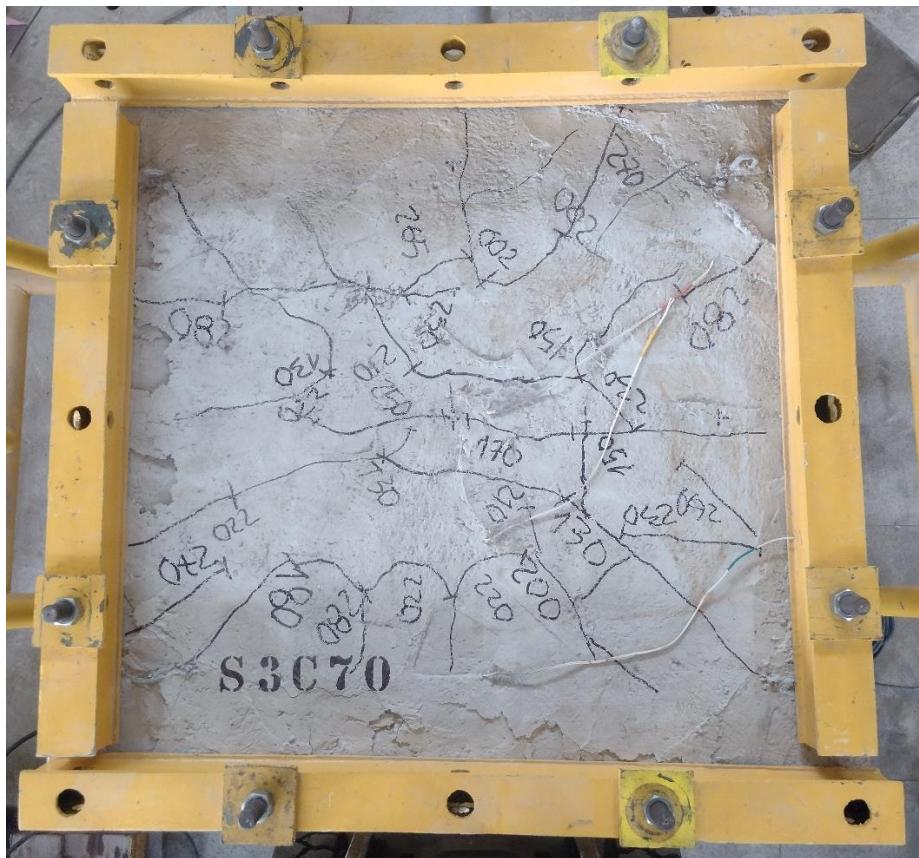
S1C70

Figura 8.31 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S2C70



S2C70

Figura 8.32 – Mapa de fissuração e superfície de ruptura da laje S3C70



S3C70

8.2. Resultados Computacionais

Os resultados obtidos na modelagem computacional discutem os resultados de cargas de ruptura das lajes, deslocamentos verticais, configuração deformada das lajes ao longo do comprimento, deformações das barras de flexão, deformações do concreto, influência da taxa de armadura de flexão da nervura e da espessura da capa na resistência última da laje e panorama de fissuração.

8.2.1. Cargas últimas e modos de ruptura

Na Tabela 8.8 são apresentadas as cargas de rupturas obtidas nos modelos computacionais. Nota-se que em todos os espécimes com capa houve ganho de resistência quando comparados aos modelos sem capa. Todas os modelos romperam por cisalhamento nas nervuras.

Tabela 8.8 – Cargas últimas computacionais das lajes

Modelos	VCOMP (kN)	Modo de ruptura
S1C0	122,21	Cisalhamento nas nervuras
S1C40	165,63	Cisalhamento nas nervuras
S1C55	183,45	Cisalhamento nas nervuras
S1C70	219,29	Cisalhamento nas nervuras
S2C0	153,14	Cisalhamento nas nervuras
S2C40	190,21	Cisalhamento nas nervuras
S2C55	224,96	Cisalhamento nas nervuras
S2C70	258,51	Cisalhamento nas nervuras
S3C0	175,15	Cisalhamento nas nervuras
S3C40	224,20	Cisalhamento nas nervuras
S3C55	281,54	Cisalhamento nas nervuras
S3C70	292,39	Cisalhamento nas nervuras

Na Tabela 8.9 e Figura 8.33 são apresentados os ganhos de cargas em quilonewton (kN) e percentual (%), devido a variação da capa e taxa de armadura. Analisando penas por grupos de mesma taxa, observa-se que para os modelos com uma barra na nervura (grupo S1), ao se aumentar a capa de 0 mm para 40 mm, 55 mm e 70 mm os ganhos foram de 43,42 kN (35,53 %), 61,24 kN (50,11 %) e 97,08 kN (79,44 %), respectivamente.

Para os modelos do grupo S2, onde se dobrou a taxa de armadura, os ganhos foram de 37,06 kN (24,20 %), 71,81 kN (46,89 %) e 105,37 kN (68,80 %), respectivamente. Já para os modelos do grupo S3, onde se triplicou a taxa de armadura, os ganhos foram de 49,04 kN (28,00 %), 106,39 kN (60,74 %) e 117,24 kN (66,94 %), respectivamente. Nota-se que, de modo geral, os ganhos de cargas para todos os grupos foram crescentes. Ao se analisar o ganho em kN, observa-se que apenas o modelo S3C55 difere dos demais e quando se analisa por meio dos percentuais, os ganhos se tornam bem semelhantes para todos os grupos.

Tabela 8.9 – Ganho de carga devido a variação da capa dos modelos

Modelos	V _{EXP} (kN)	Ganho			Capa (mm)
		Diferença	(kN)	(%)	
S1C0	122,21	S1C0- S1C0	0,00	0,00	0
S1C40	165,63	S1C40- S1C0	43,42	35,53	40
S1C55	183,45	S1C55- S1C0	61,24	50,11	55
S1C70	219,29	S1C70- S1C0	97,08	79,44	70
S2C0	153,14	S2C0- S2C0	0,00	0,00	0
S2C40	190,21	S2C40- S2C0	37,06	24,20	40
S2C55	224,96	S2C55- S2C0	71,81	46,89	55
S2C70	258,51	S2C70- S2C0	105,37	68,80	70
S3C0	175,15	S3C0- S3C0	0,00	0,00	0
S3C40	224,20	S3C40- S3C0	49,04	28,00	40
S3C55	281,54	S3C55- S3C0	106,39	60,74	55
S3C70	292,39	S3C70- S3C0	117,24	66,94	70

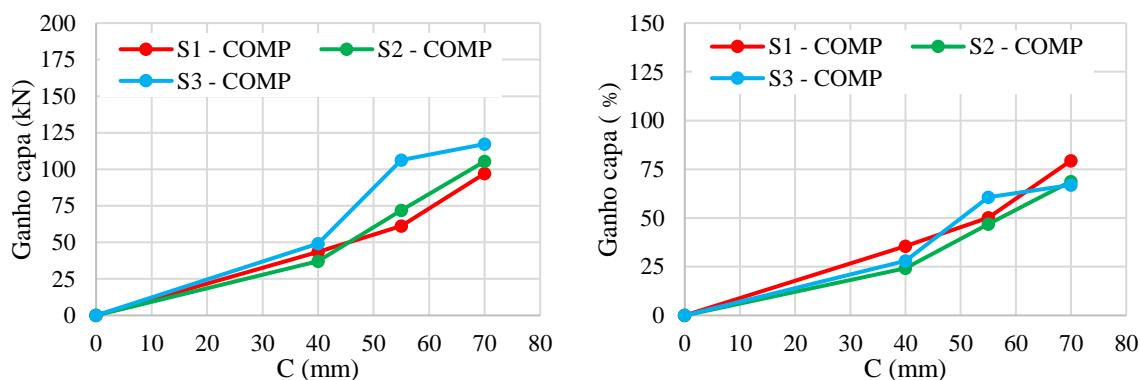


Figura 8.33 – Ganho de carga devido a variação da capa dos modelos

Na Tabela 8.10 e Figura 8.34 são apresentados os ganhos de cargas em quilonewton (kN) e percentual (%), devido a variação da capa e taxa de armadura. Analisando penas por grupos de mesma capa, observa-se que, para os modelos com capa 0 mm (grupo C0), ao se aumentar a quantidade de barras nas nervuras de 1, para 2 ou 3 barras nas nervuras, os ganhos foram de 30,93 kN (25,31 %) e 52,94 kN (43,32 %), respectivamente.

Para os modelos do grupo C40, ao se duplicar e triplicar a taxa armadura nas nervuras, os ganhos foram de 24,57 kN (14,84 %), 58,56 kN (35,36 %), respectivamente. Já para os modelos do grupo C55, dobrando e triplicando a taxa de armadura, os ganhos foram de 41,51 kN (22,63 %) e 98,09 kN (53,47 %), respectivamente.

Por fim, para os modelos do grupo C70, de maiores capas, ao se usar 2 e 3 barras de aço nas nervuras, os ganhos foram de 39,22 kN (17,89 %) e 73,11 kN (33,34 %), respectivamente. Nota-se que os maiores ganhos de cargas foram para os modelos com maiores capas e taxas, S3C55 e S3C70.

Tabela 8.10 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura dos modelos

Modelos	V _{EXP} (kN)	Ganho		ρ _{nervura} (%)
		Diferença	(kN)	
S1C0	122,21	S1C0-S1C0	0,00	0,00
S2C0	153,14	S2C0-S2C0	30,93	25,31
S3C0	175,15	S3C0-S1C0	52,94	43,32
S1C40	165,63	S1C40- S1C40	0,00	0,00
S2C40	190,21	S2C40- S1C40	24,57	14,84
S3C40	224,20	S3C40- S1C40	58,56	35,36
S1C55	183,45	S1C55- S1C55	0,00	0,00
S2C55	224,96	S2C55- S1C55	41,51	22,63
S3C55	281,54	S3C55- S1C55	98,09	53,47
S1C70	219,29	S1C70- S1C70	0,00	0,00
S2C70	258,51	S2C70- S1C70	39,22	17,89
S3C70	292,39	S3C70- S1C70	73,11	33,34

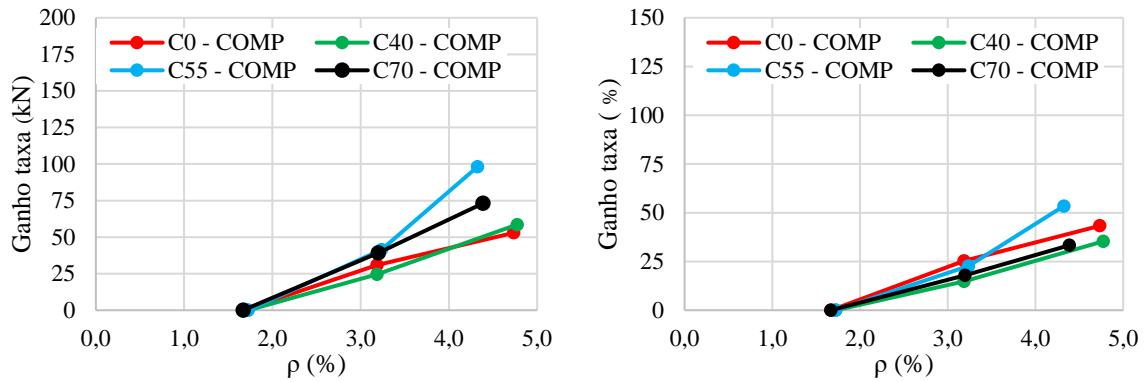


Figura 8.34 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura dos modelos

8.2.2. Deslocamentos verticais

As figuras 8.35 e 8.36 apresentam os deslocamentos verticais dos modelos do grupo 1 e 2, respectivamente. De modo geral, nota-se que tanto a variação da espessura da capa quanto da taxa de armadura influenciou na resistência última e deslocamento máximo dos modelos.

Para analisar a rigidez dos modelos foi determinado o índice de rigidez de cada modelo, dividindo a carga última de ruptura pelo deslocamento máximo correspondente. Os resultados são apresentados nas figuras 8.37 e 8.38, organizados em função da variação da espessura da capa e da taxa de armadura, respectivamente.

É evidente que não houve uma mudança significativa na rigidez dos espécimes ao se aumentar a espessura da capa dos modelos pertencentes a uma mesma taxa de armadura, exceto para o grupo S2 de taxa intermediária, que apresentou uma rigidez crescente com o aumento da espessura da capa, conforme observado na Figura 8.37. Por outro lado, ao se analisar a Figura 8.38, fica evidente que o aumento da taxa de armadura elevou a rigidez dos modelos.

Figura 8.35 – Deslocamentos verticais dos modelos computacionais do grupo 1

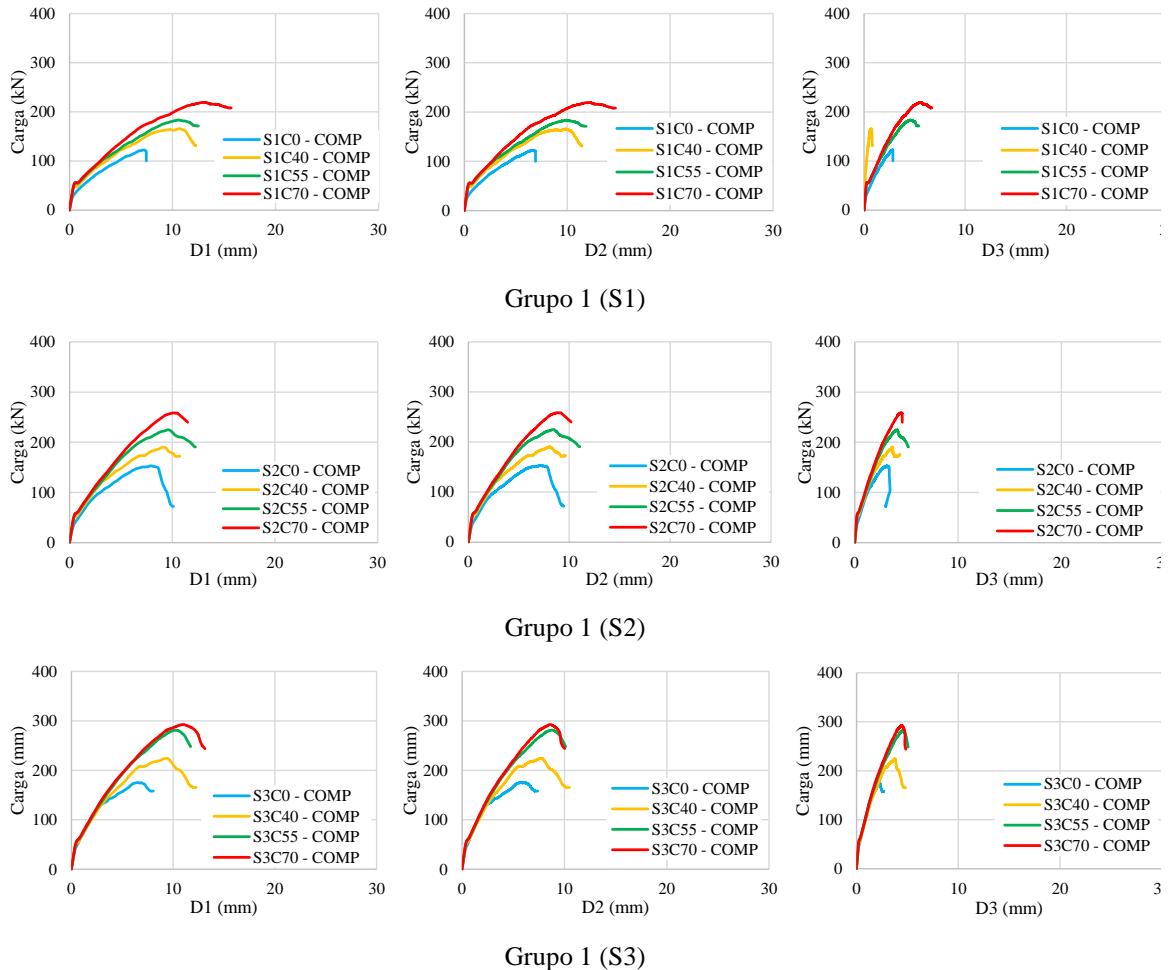


Figura 8.36 – Deslocamentos verticais dos modelos computacionais do grupo 2

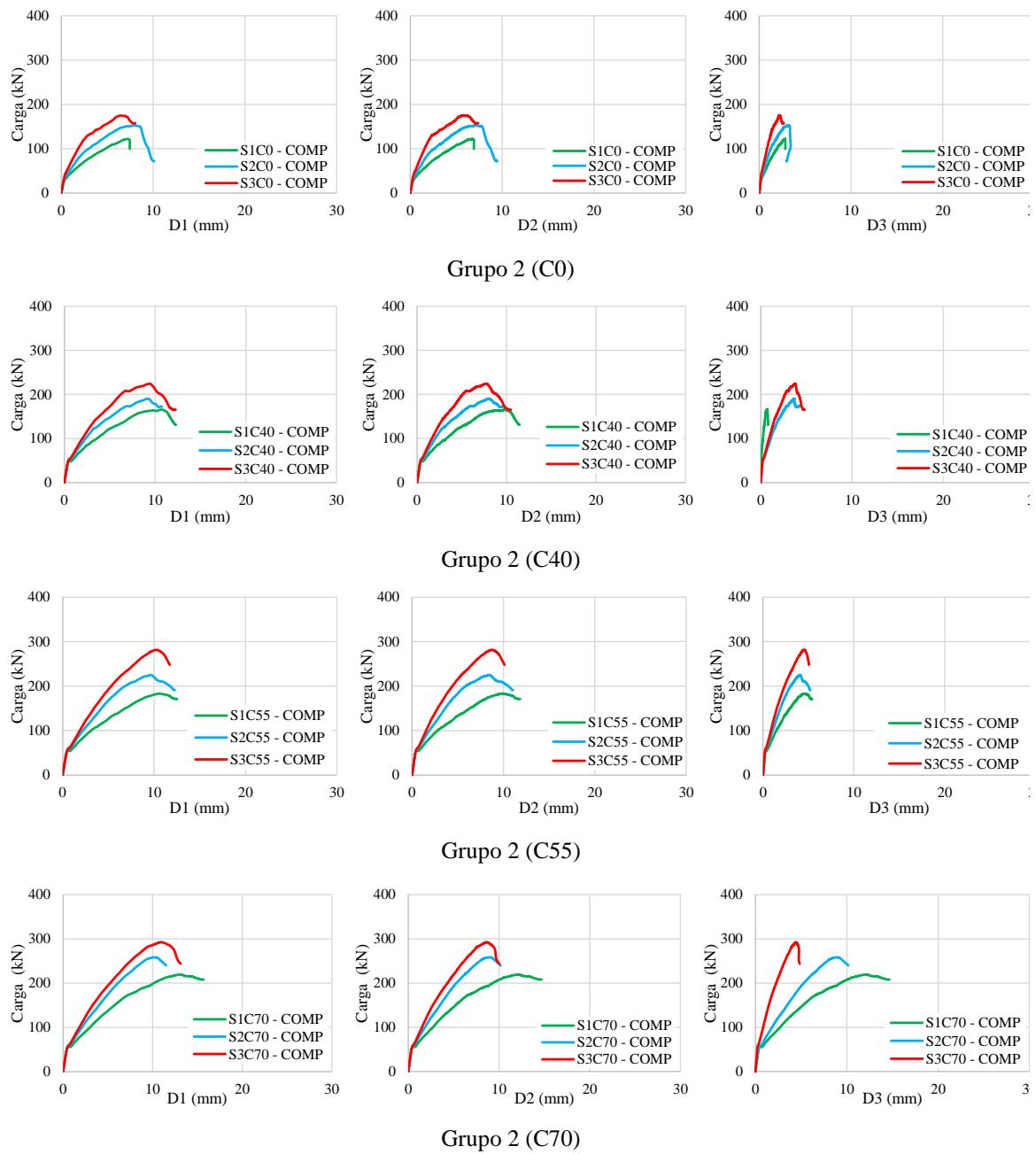


Figura 8.37 – Influência da espessura da capa na rigidez dos modelos

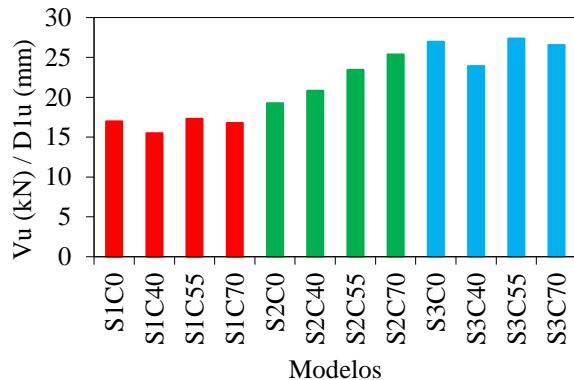
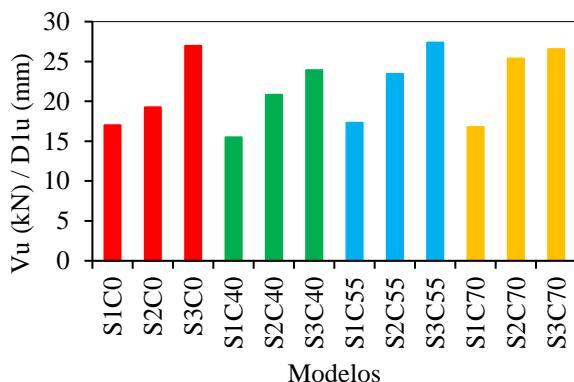


Figura 8.38 – Influência da taxa de armadura na rigidez das lajes

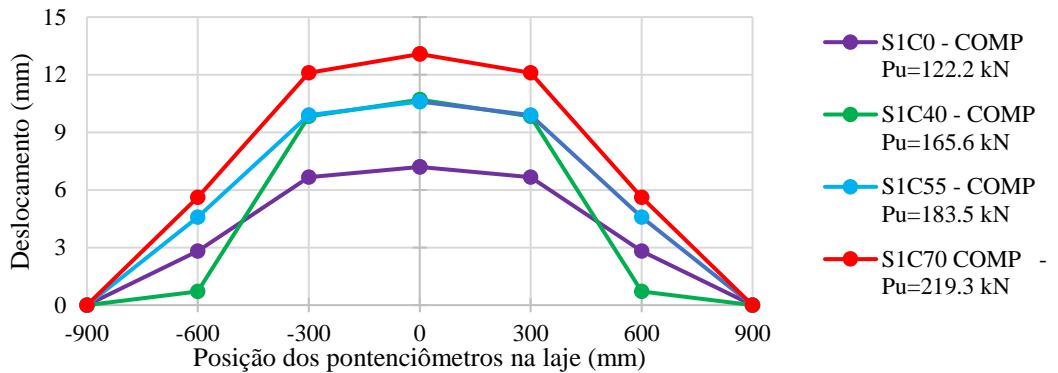


8.2.3. Deformada da laje ao longo do comprimento

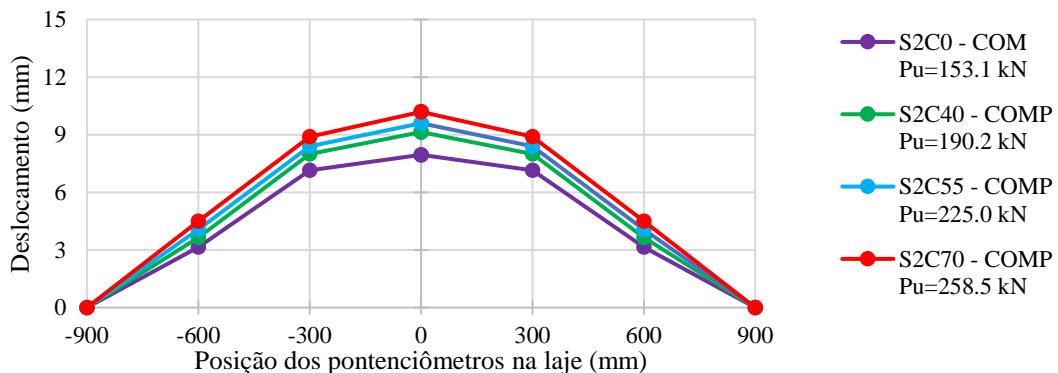
Na região de momento fletor máximo, onde foi aplicado o carregamento, mais especificamente no ponto central (D1), obtiveram-se os maiores deslocamentos, conforme pode ser observado nas figuras 8.39 e 8.40. Nota-se também, que na região central, onde está localizado o maciço, houve uma menor rotação, isso já era esperado, visto que é zona mais rígida dos modelos.

De modo geral, observa-se nas referidas imagens que tanto o aumento da espessura da capa quanto o da taxa de armadura de flexão influenciaram significativamente no aumento da carga última e da rigidez dos modelos.

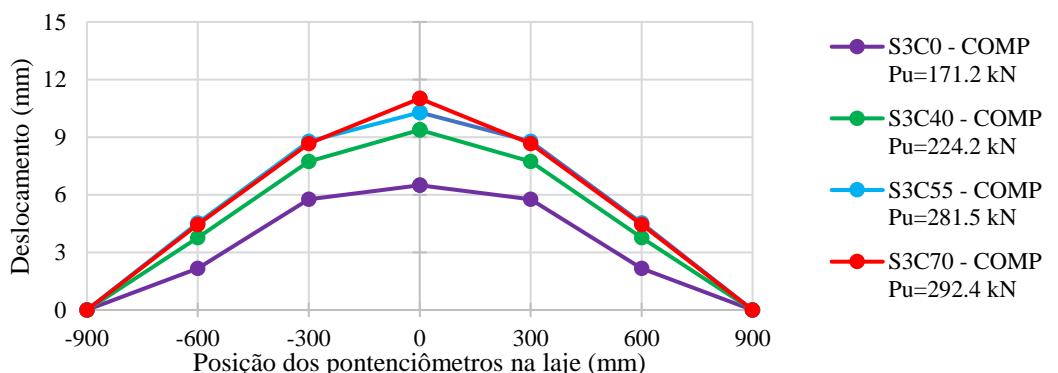
Figura 8.39 – Deformada das lajes do grupo 1 na ruptura



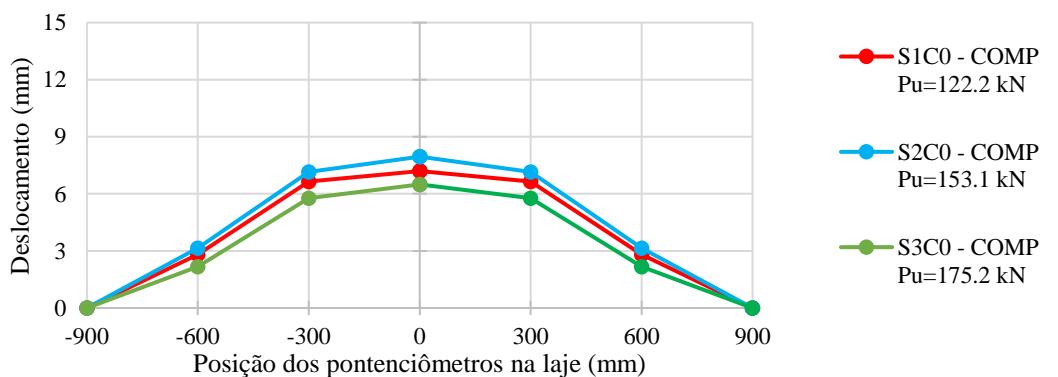
Grupo 1 (S1)



Grupo 1 (S2)

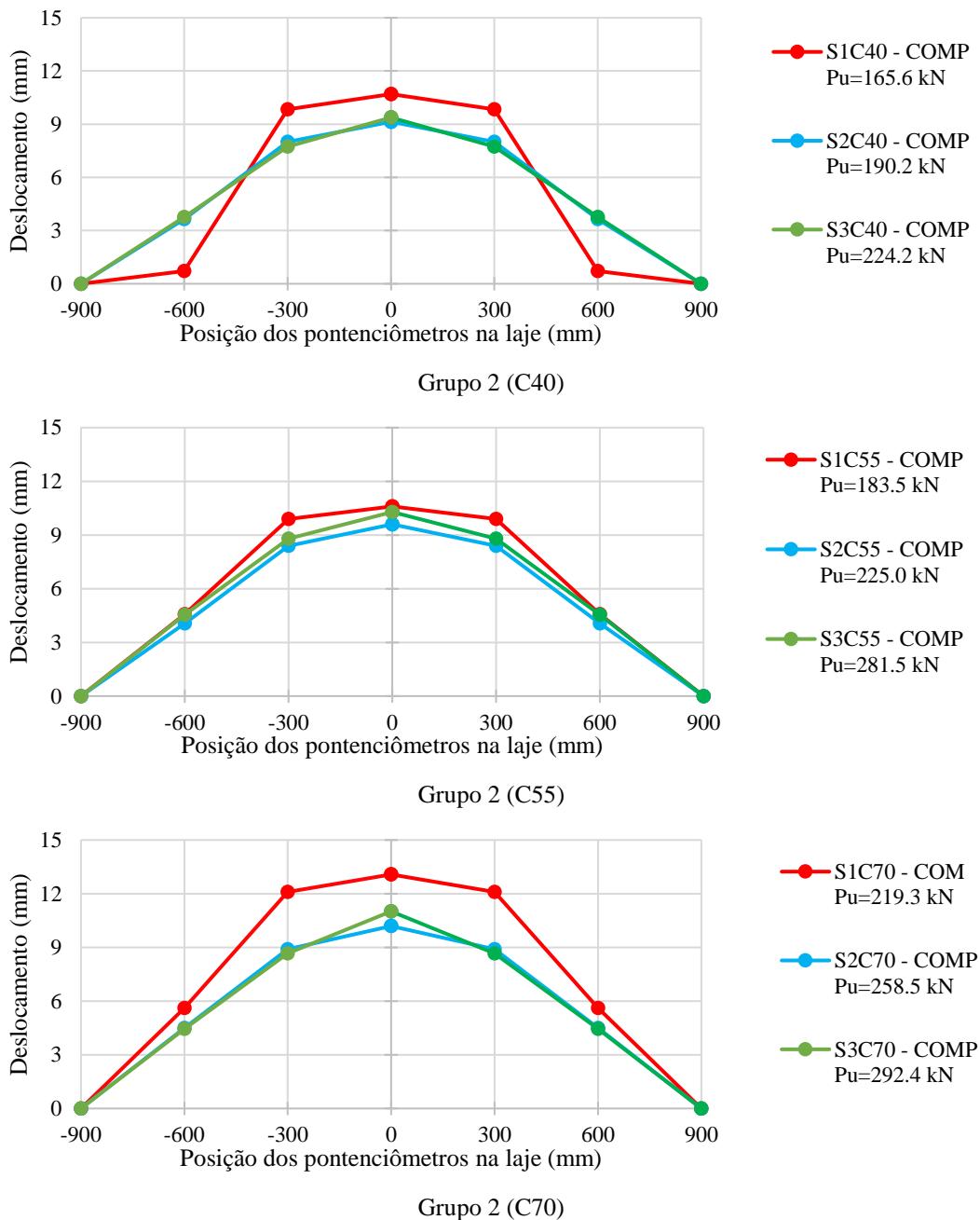


Grupo 1 (S3)



Grupo 2 (C0)

Figura 8.40 – Deformada das lajes do grupo 2 na ruptura



8.2.4. Deformações da armadura de flexão

As figuras 8.41 e 8.42 apresentam as deformações das barras de aço dos modelos no momento da ruptura. De modo geral, os valores das deformações nas armaduras longitudinais ficaram abaixo do valor esperado para o escoamento da barra de aço (2,84%).

Figura 8.41 – Deformação das armaduras de flexão dos modelos do grupo 1

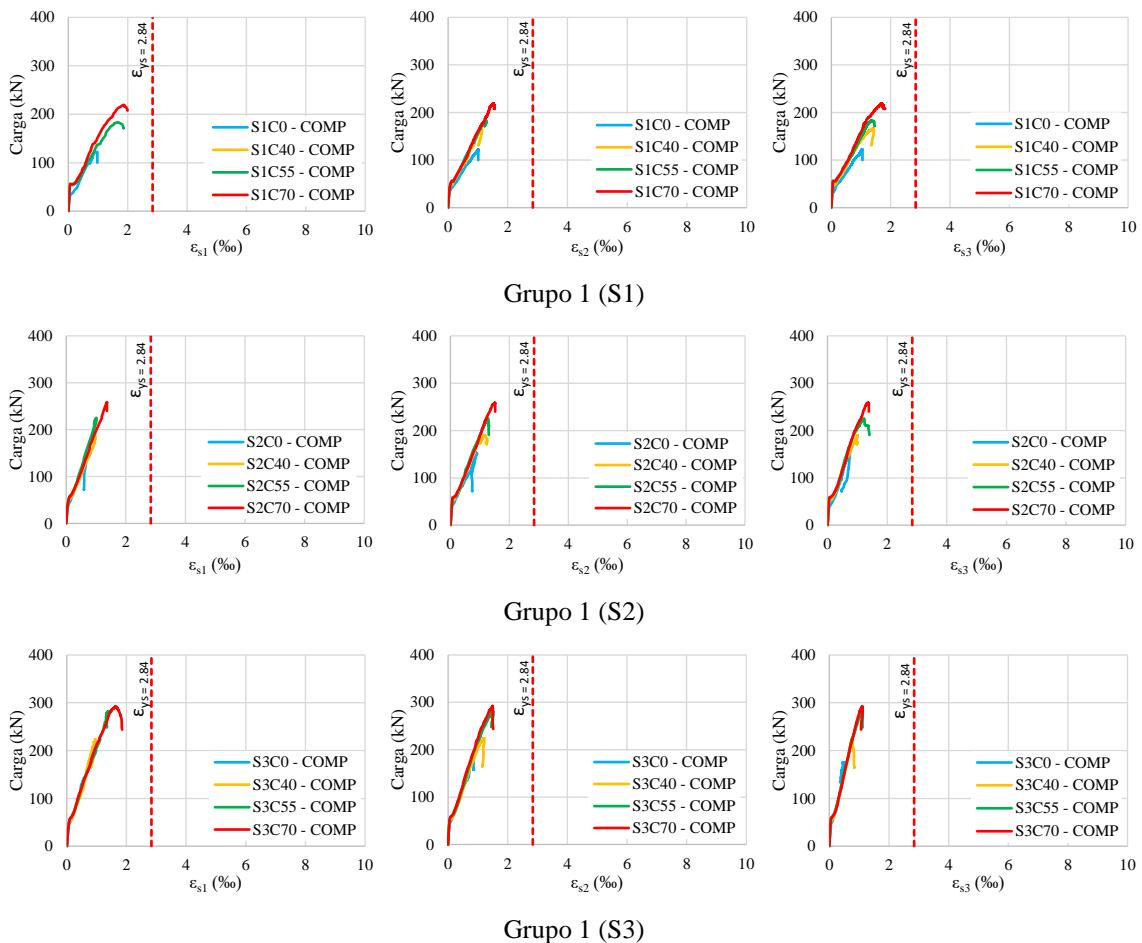
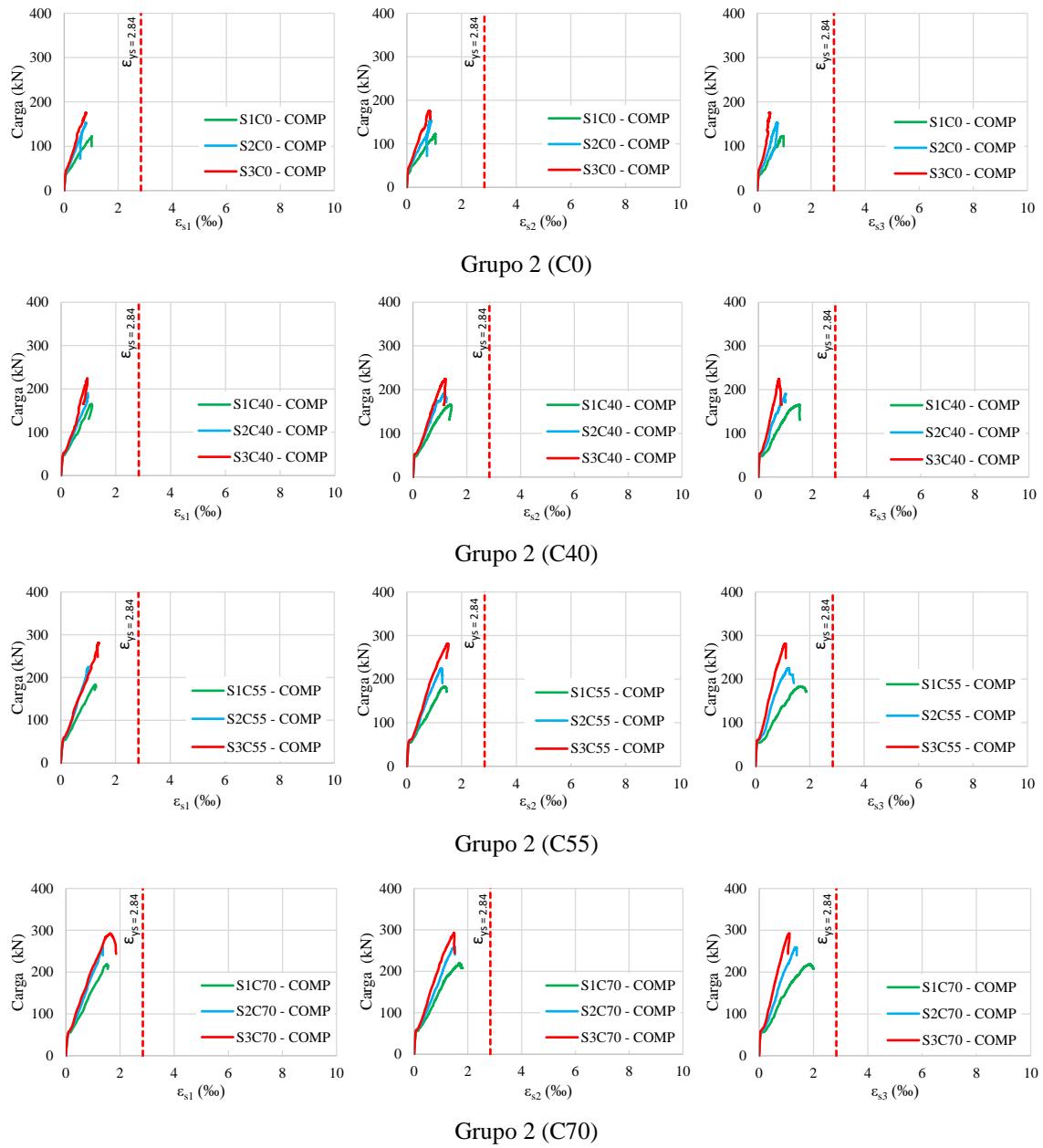


Figura 8.42 – Deformação das armaduras de flexão dos modelos do grupo 2



8.2.5. Deformações do concreto

As figuras 8.43 e 8.44 apresentam as deformações no concreto dos modelos no instante da ruptura. De modo geral, os valores das deformações ficaram abaixo do valor esperado para o esmagamento do concreto ($3,5\%$).

Figura 8.43 – Deformação no concreto dos modelos do grupo 1

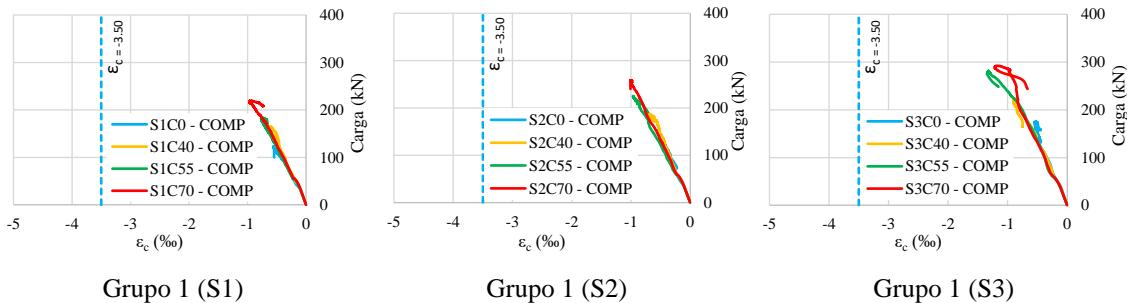
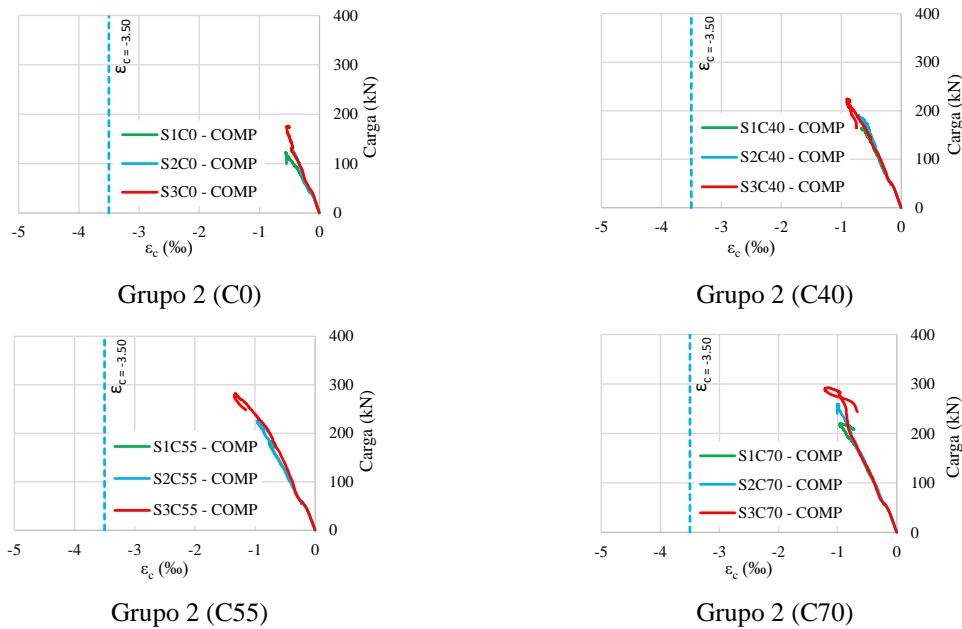


Figura 8.44 – Deformação no concreto dos modelos do grupo 2



8.2.6. Deformação no concreto

As deformações plásticas máximas principais do concreto podem representar bem o panorama de fissuração dos modelos, como pode ser observado nas figuras de 8.45 a 8.56, ficando evidente o surgimento das fissuras de cisalhamento nas nervuras, no momento da ruptura dos modelos.

A fissuração se inicia quando o estado de tensões em um ponto, calculando-se o valor resultante da função critério de plastificação (Critério de Lubliner), resultar em um escalar maior que a resistência à tração. As orientações das fissuras são consideradas no mesmo sentido das deformações plásticas. Vale ressaltar que é apresentado apenas 1/4 dos modelos das lajes, pois a laje é simétrica em duas direções, x e y.

Os modelos sem capa (S1C0, S2C0 e S3C0) romperam sem nenhuma fissuração na superfície da região maciça como pode ser visto nas figuras 8.45, 8.46 e 8.47. O fato de os modelos não possuírem capa, fez com que a região maciça fosse menos solicitada.

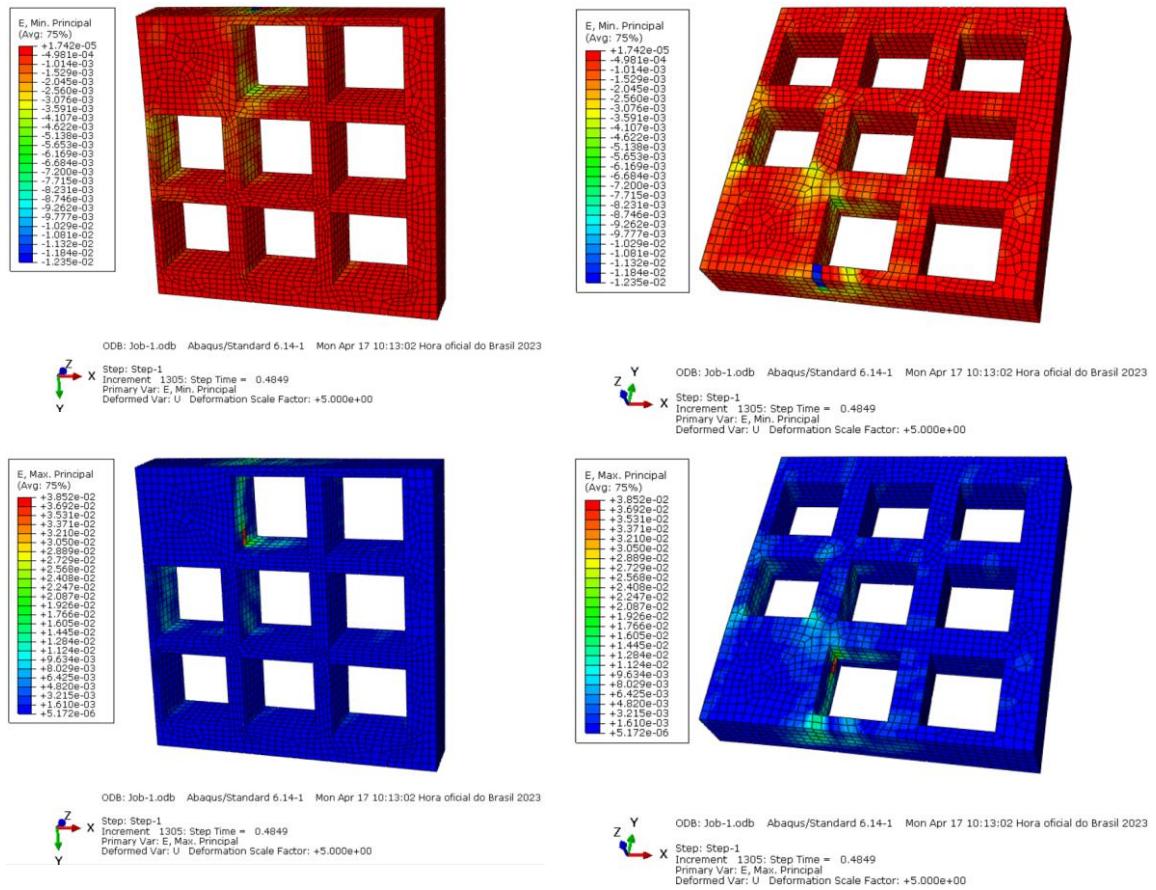
Os modelos com capa de 40 mm (S1C40, S2C40 e S3C40) apresentaram inicialmente fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver figuras 8.48, 8.49 e 8.50). Não houve fissuração em cima do maciço para os modelos S1C40 e S2C40, apenas o modelo S3C40 apresentou fissuração nessa região próximo da ruptura.

Para os modelos S1C55 e S2C55 e S3C55, primeiramente surgiram fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver figuras 8.51, 8.52 e 8.53). Foi observado também que houve fissuração em cima do maciço no modelo S3C55, para níveis mais elevados de carga.

O mesmo ocorreu para os modelos S1C70, inicialmente surgiram fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver Figura 8.54). Houve uma significativa diminuição da fissuração ao redor do maciço nos modelos S2C70 e S3C70, isso pode indicar que o modelo se comportou mais próximo de um modelo de seção maciça, conforme pode ser observado nas figuras 8.55 e 8.56. Foi observado também que houve fissuração em cima do maciço para o modelo S3C70 próximo da ruptura.

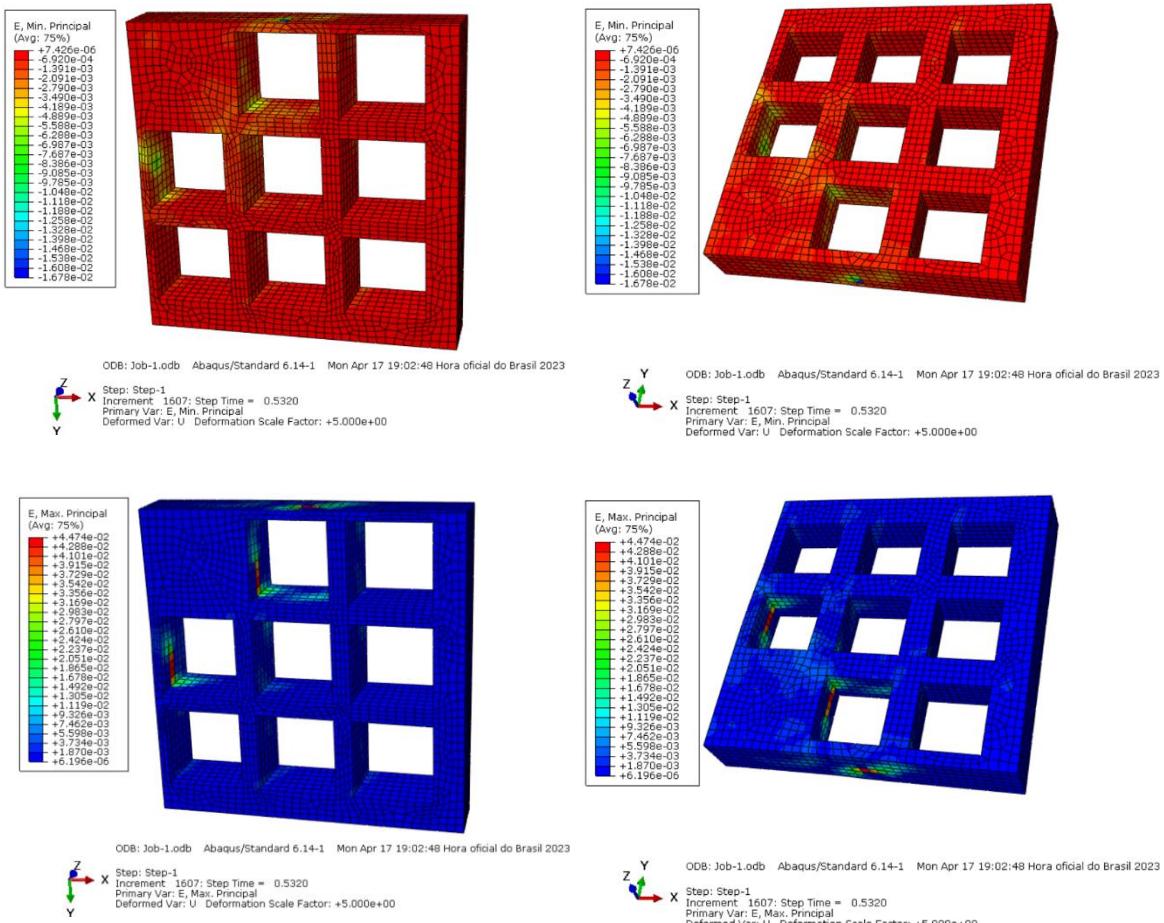
Por fim, todas os modelos romperam por cisalhamento nas nervuras. A superfície de ruptura se inicia na face inferior dos modelos, na ligação das nervuras com o maciço e finaliza na superfície superior dos modelos próximos aos apoios, conforme pode ser observado nas figuras de 8.45 a 8.56.

Figura 8.45 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C0



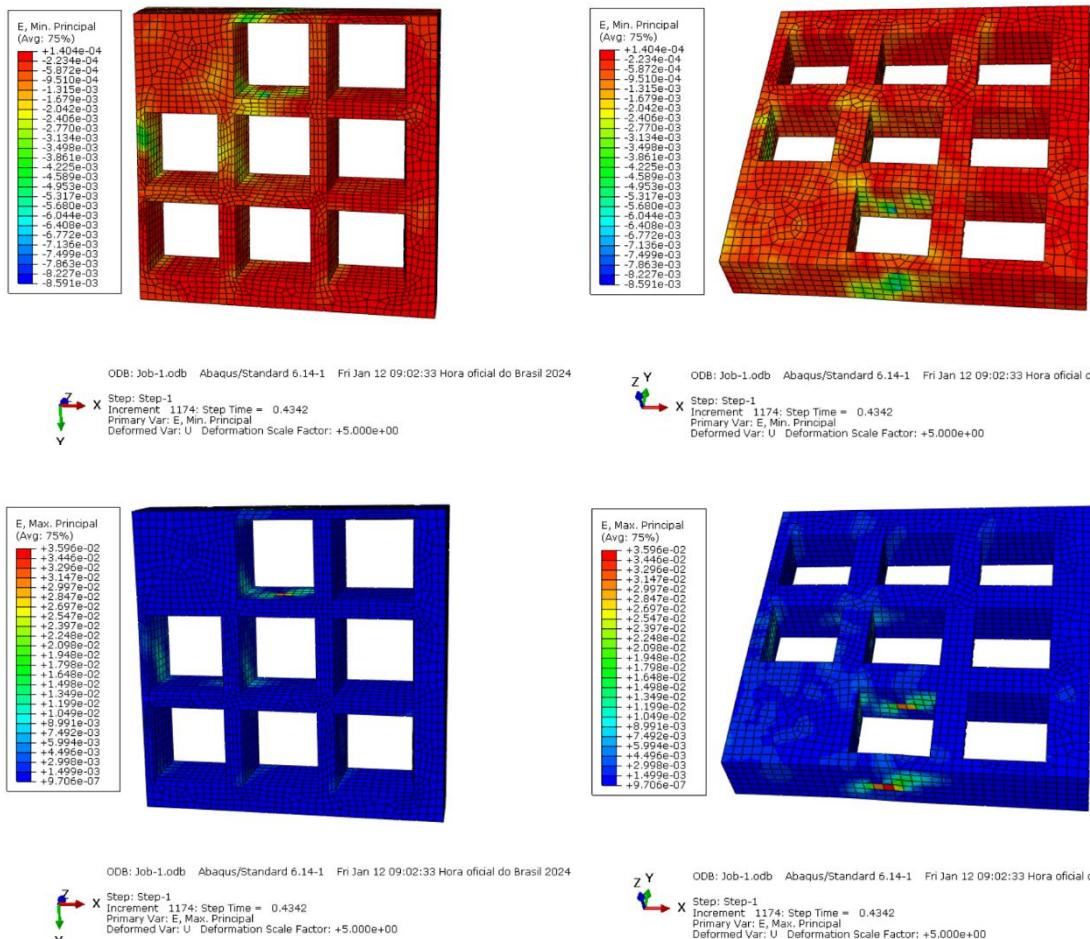
S1C0

Figura 8.46 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C0



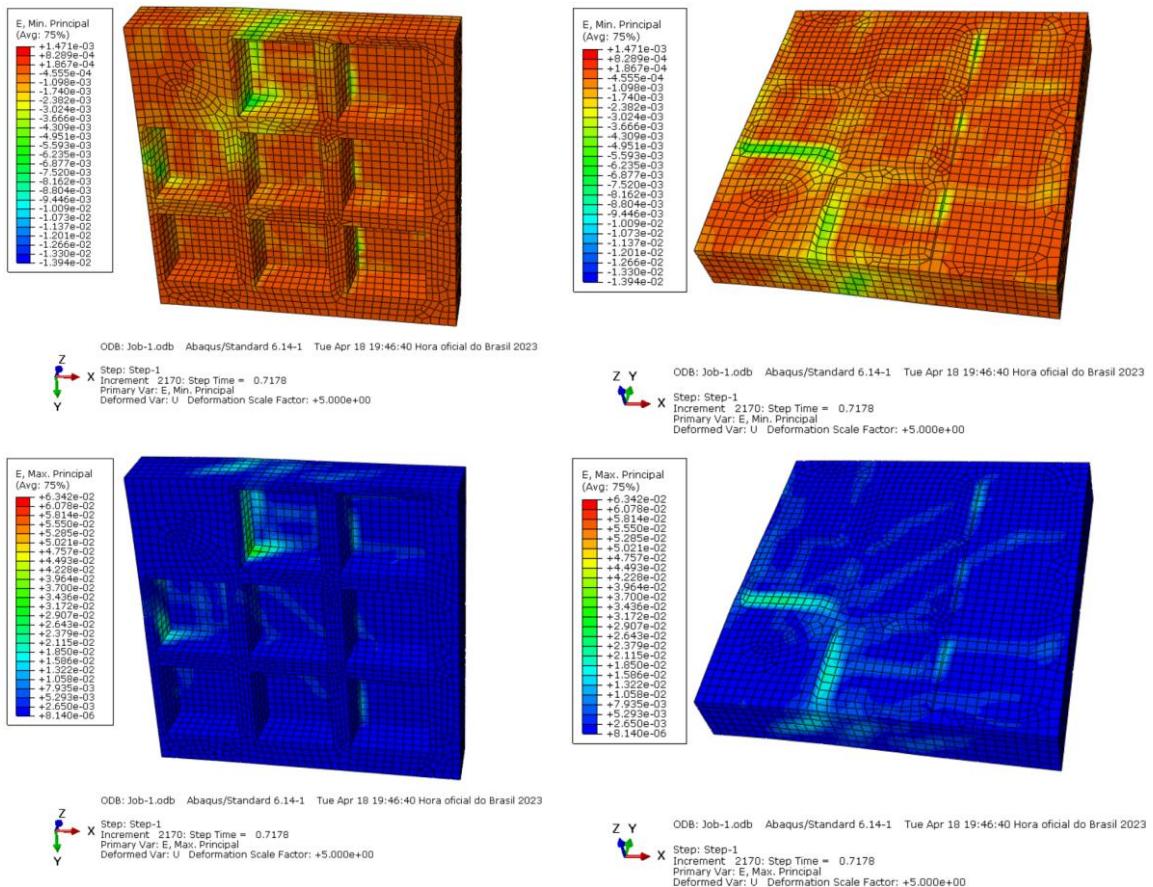
S2C0

Figura 8.47 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C0



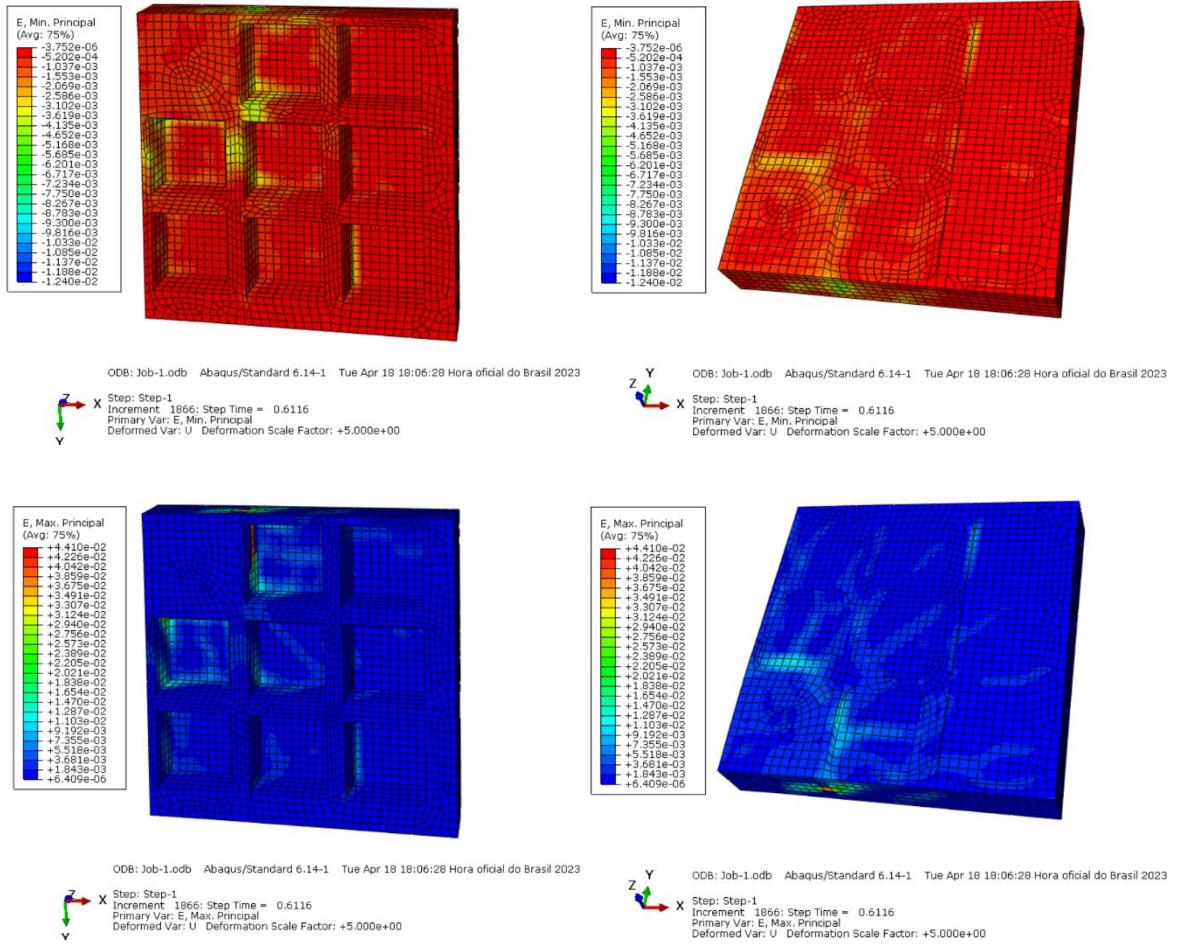
S3C0

Figura 8.48 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C40



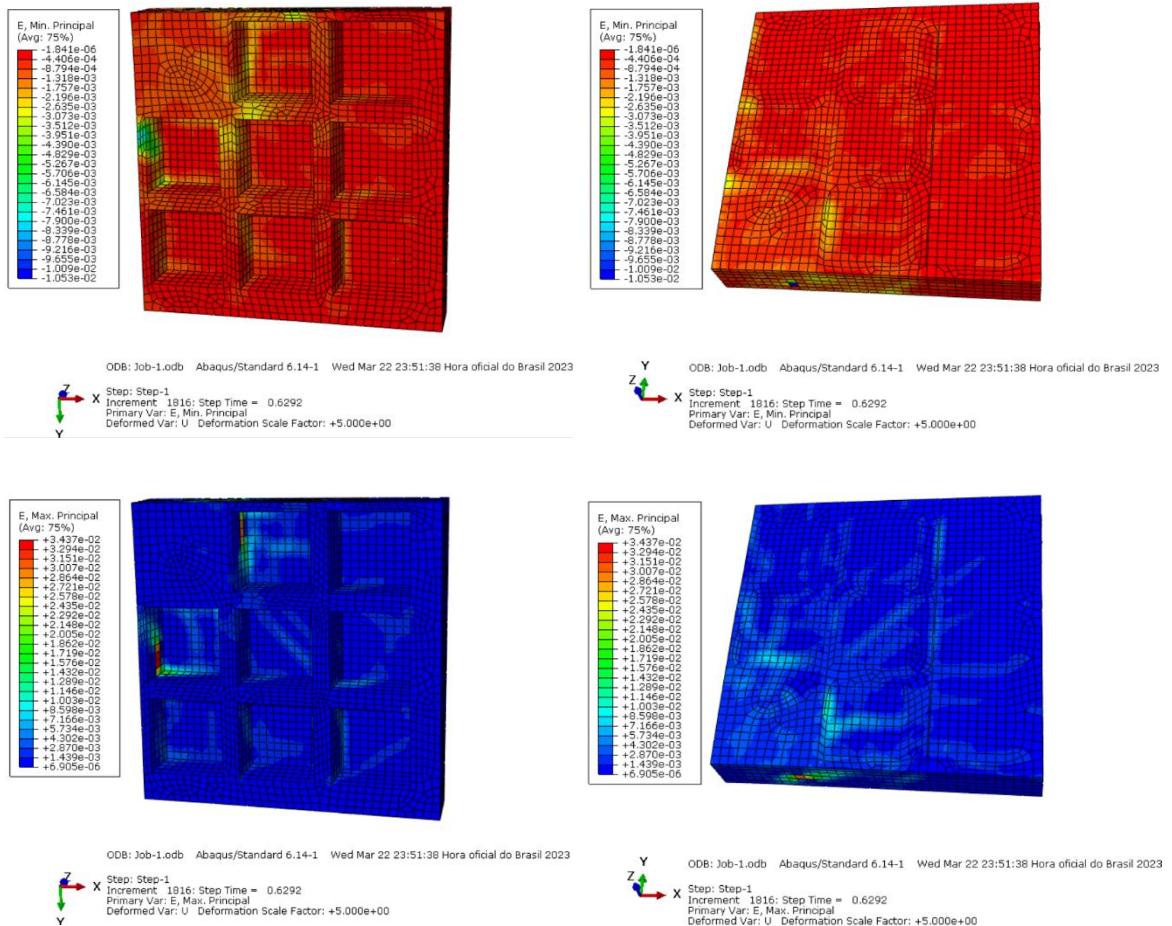
S1C40

Figura 8.49 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C40



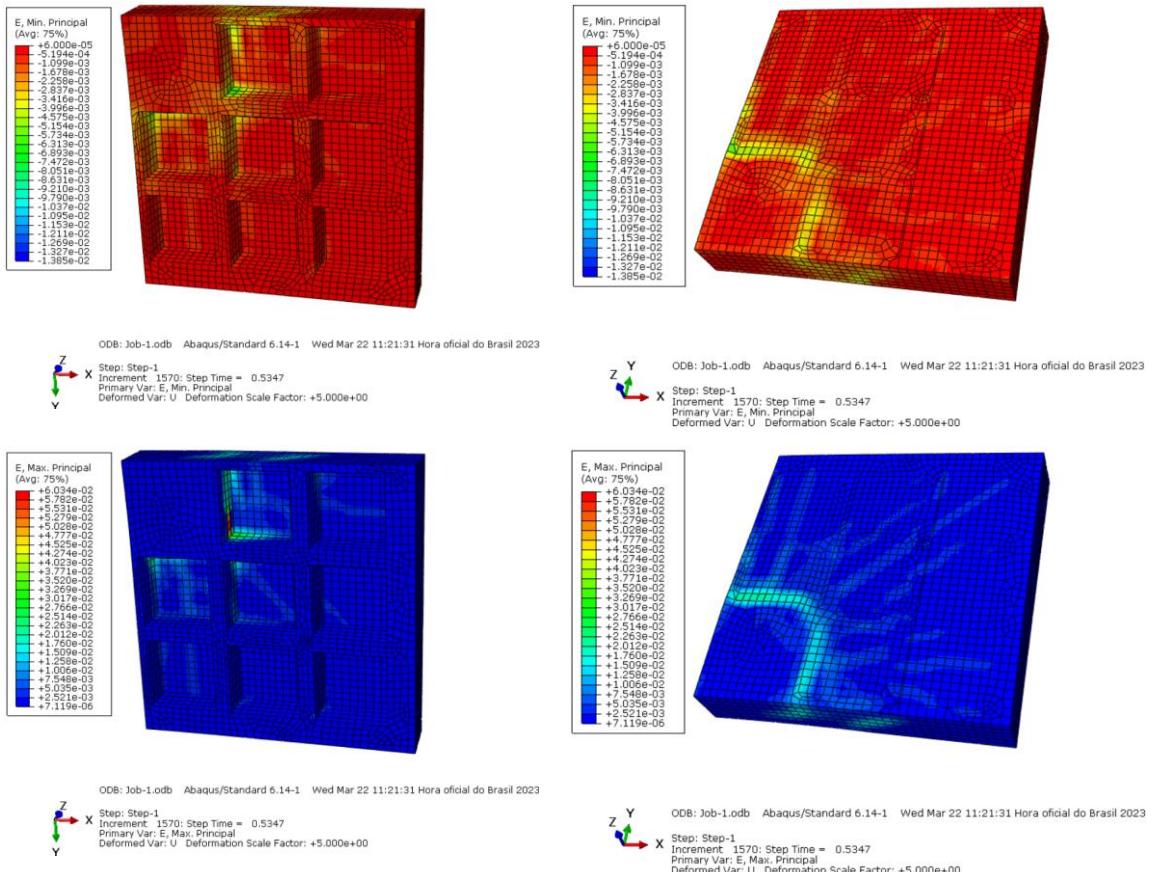
S2C40

Figura 8.50 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C40



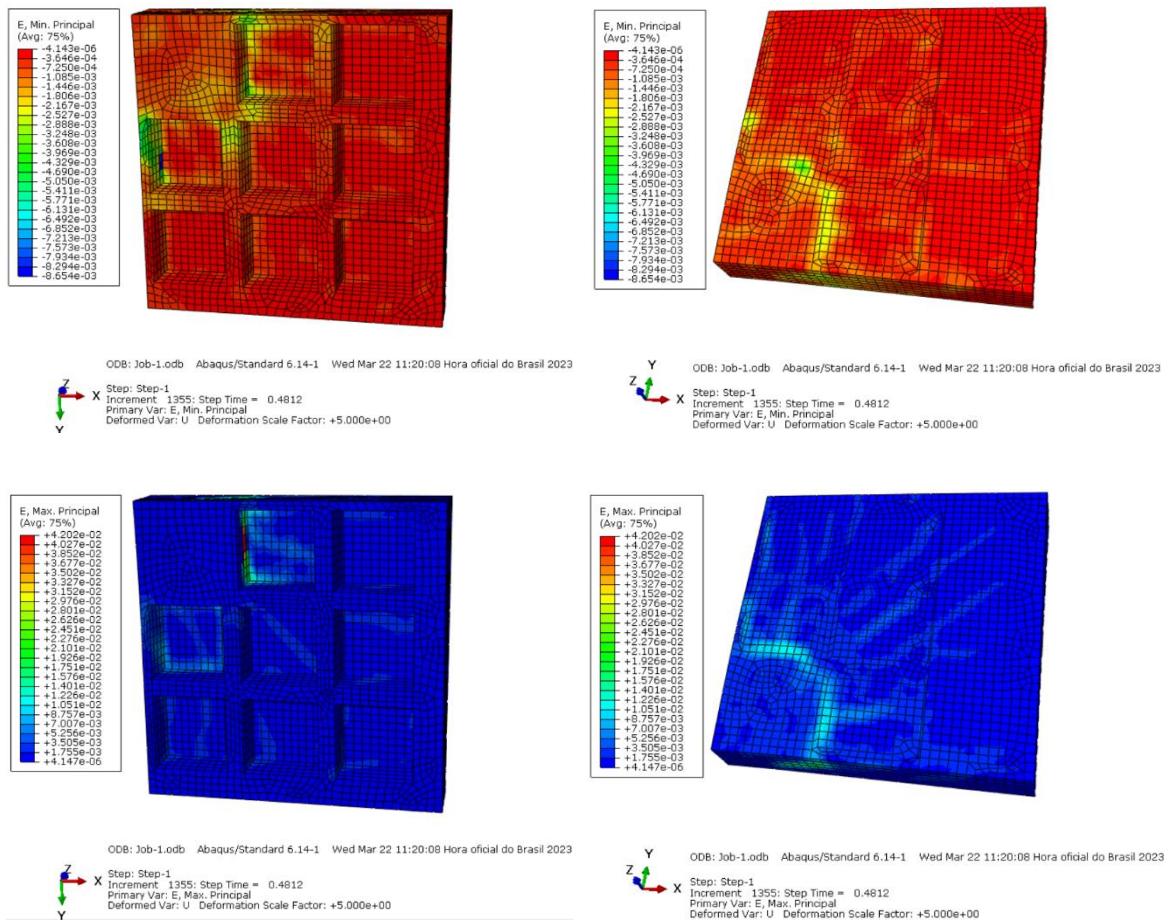
S3C40

Figura 8.51 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C55



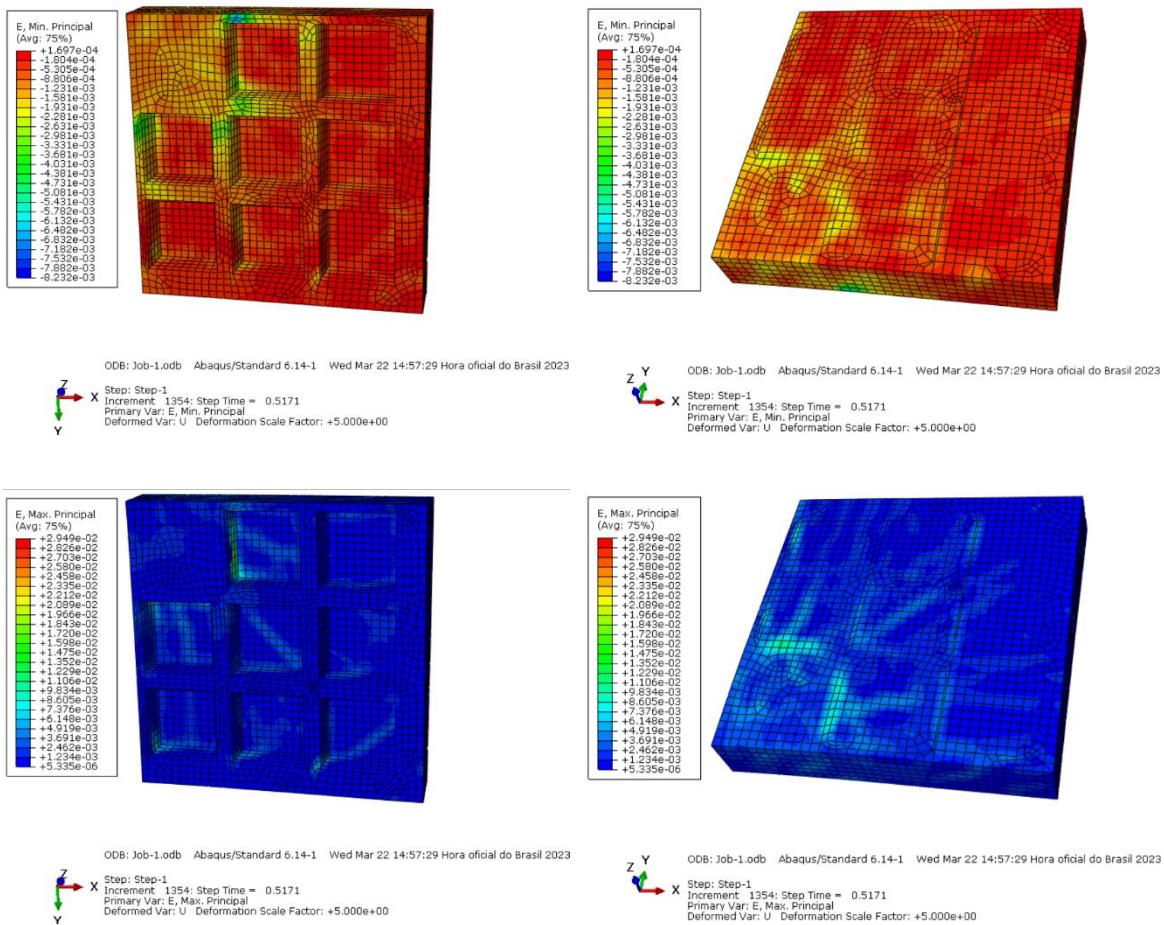
S1C55

Figura 8.52 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C55



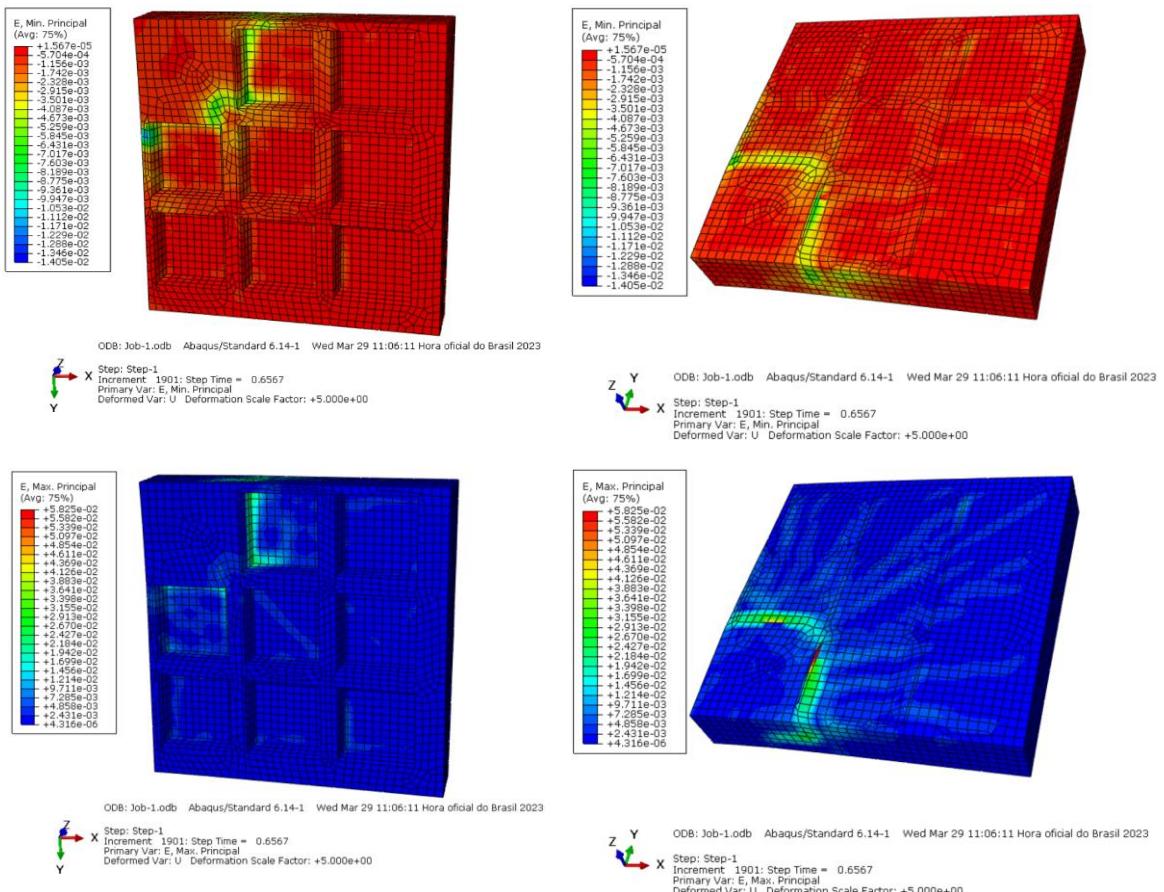
S2C55

Figura 8.53 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C55



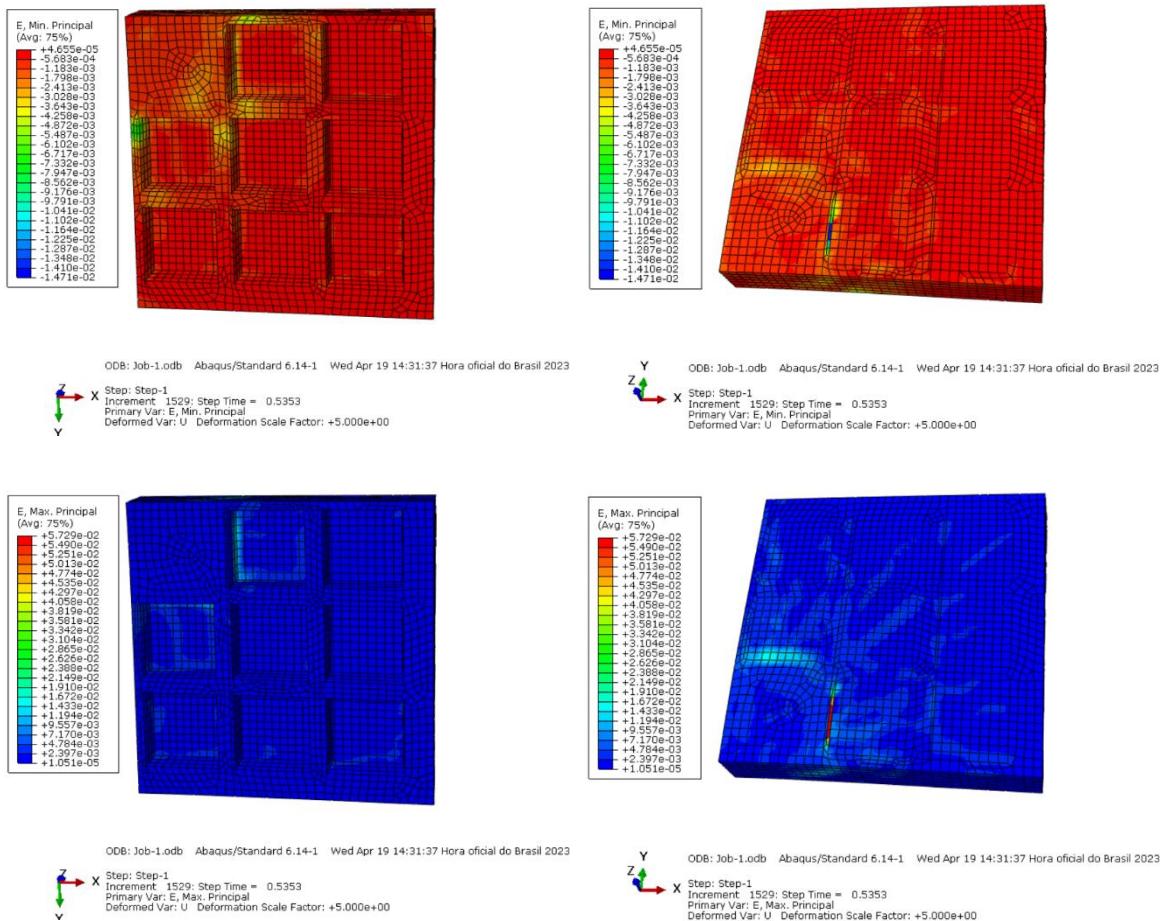
S3C55

Figura 8.54 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S1C70



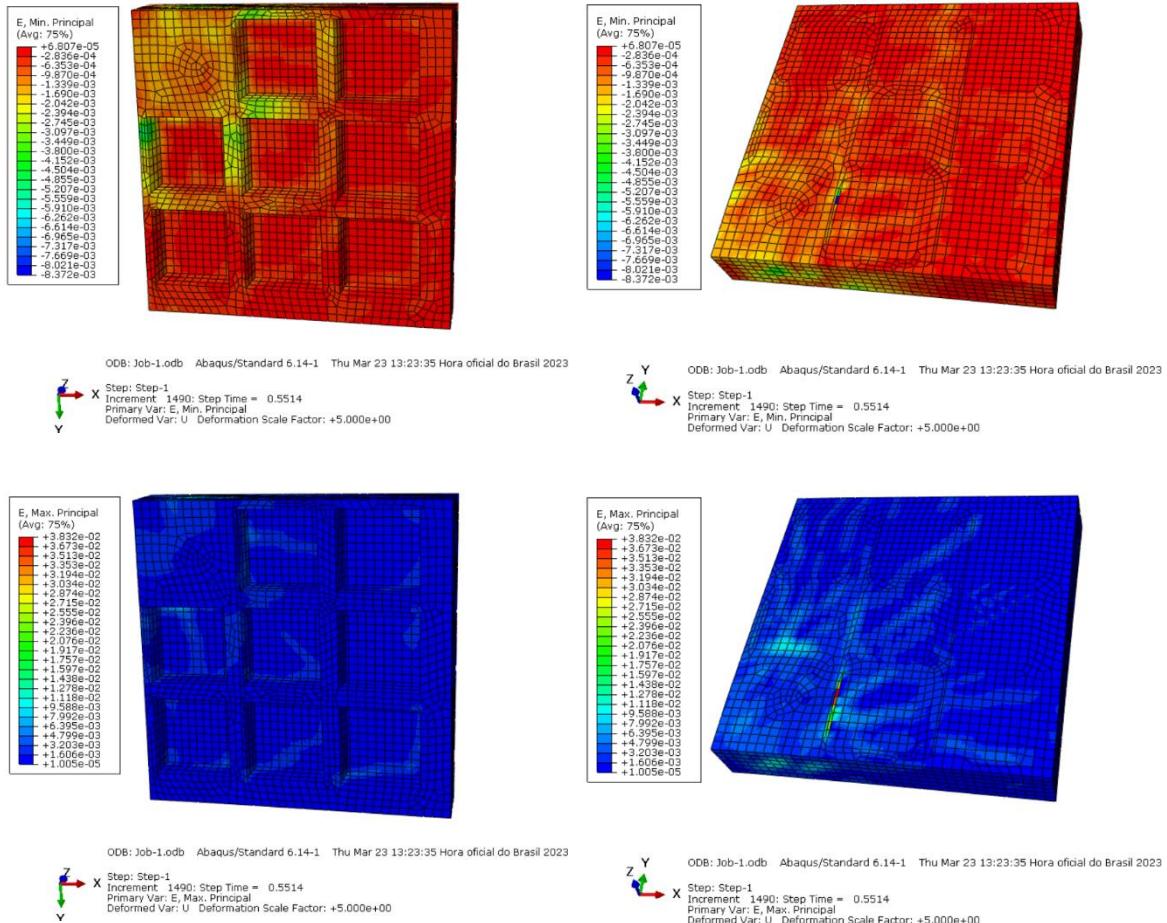
S1C70

Figura 8.55 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S2C70



S2C70

Figura 8.56 – Panorama de fissuração e superfície de ruptura do modelo S3C70



S3C70

8.2.7. Deformação na armadura

De acordo com os resultados apresentados nas figuras de 8.57 a 8.68, pode-se observar que em todos os modelos as armaduras principais de flexão das lajes não atingiram a deformação de escoamento no momento da ruptura. Ao contrário das armaduras de distribuição, que houve o escoamento de barras na maioria dos modelos, exceto nos modelos sem capas (S1C0, S2C0 e S3C0) e modelo S1C40. O escoamento das armaduras secundárias ocorreu na região de mudança de seção entre o maciço e a nervura.

Figura 8.57 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C0

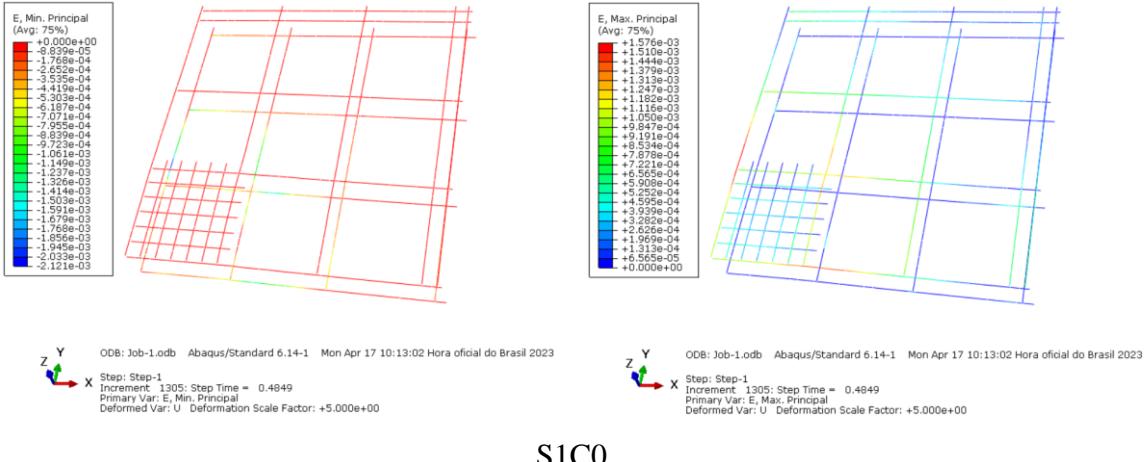


Figura 8.58 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C0

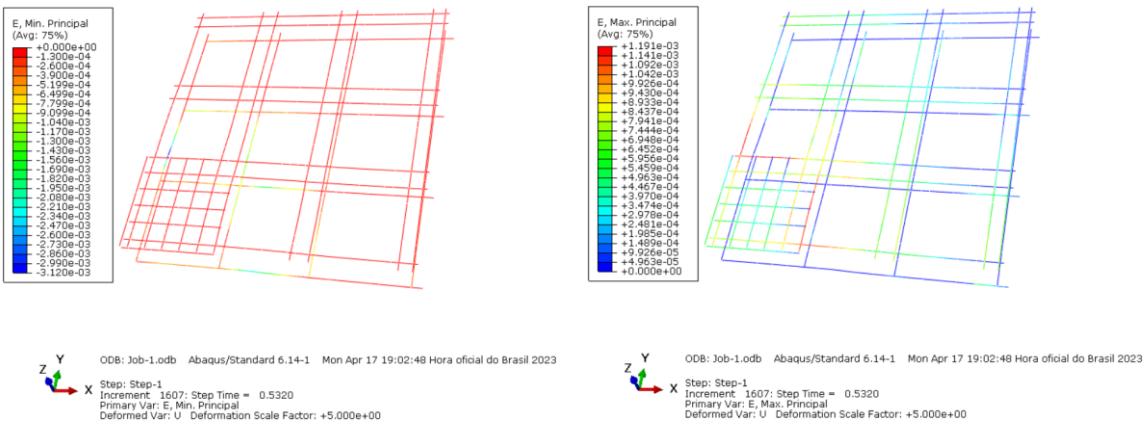


Figura 8.59 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C0

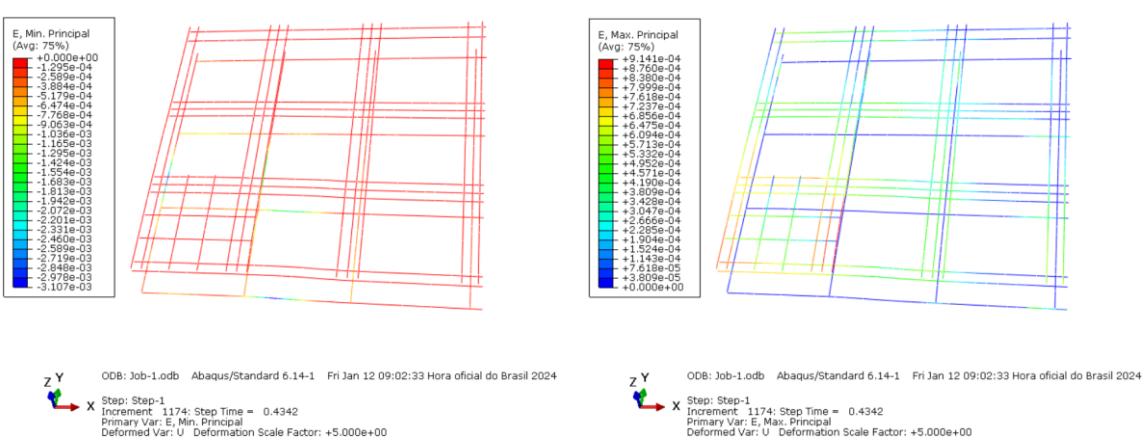


Figura 8.60 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C40

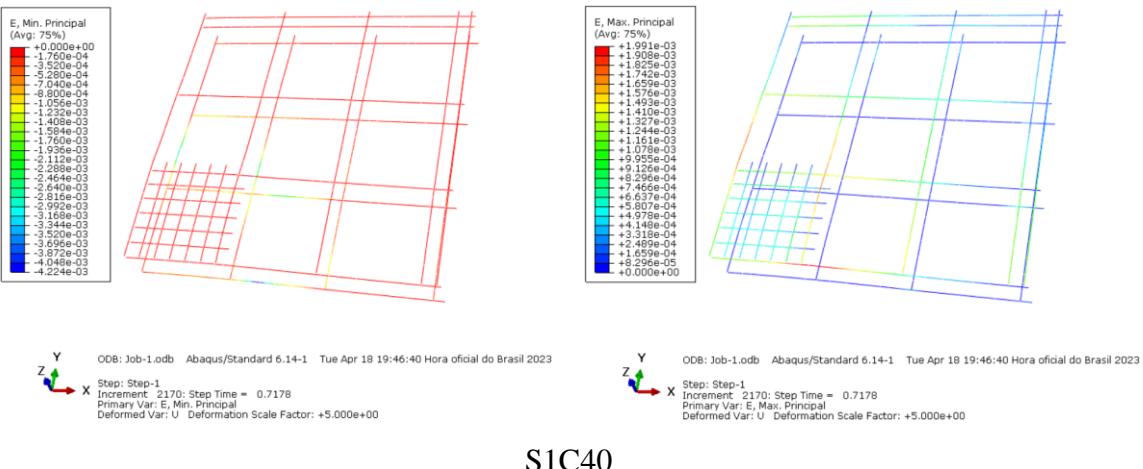


Figura 8.61 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C40

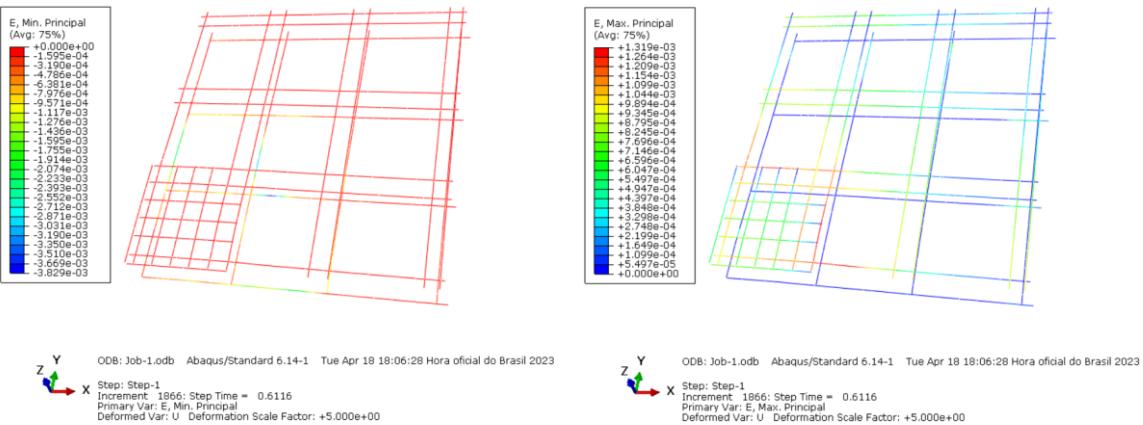


Figura 8.62 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C40

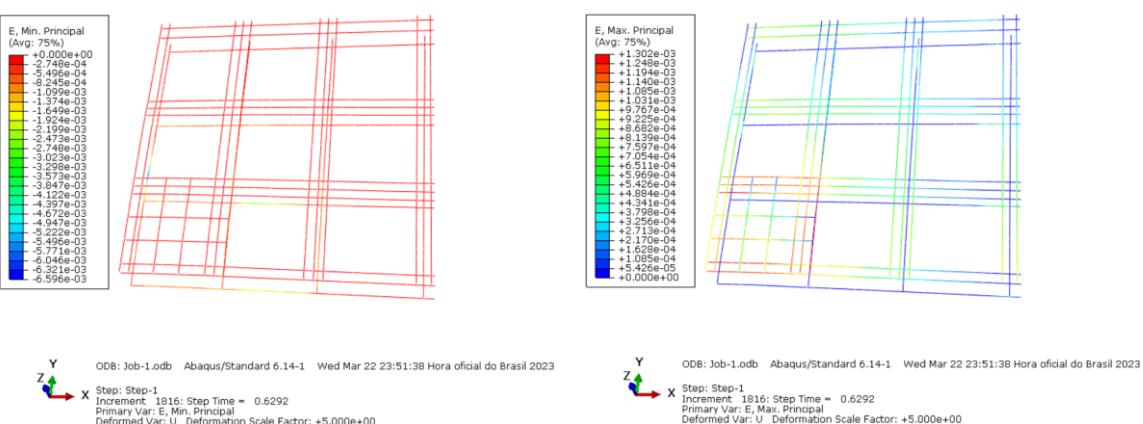
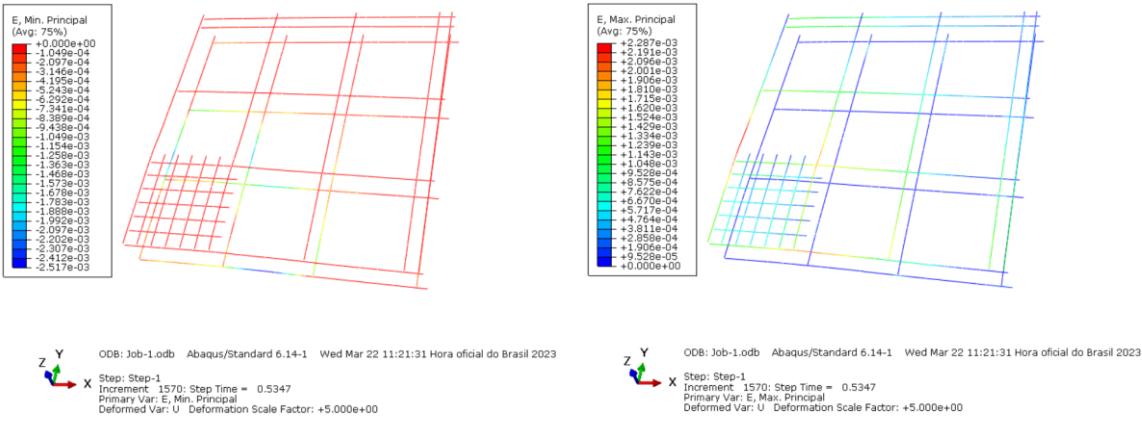
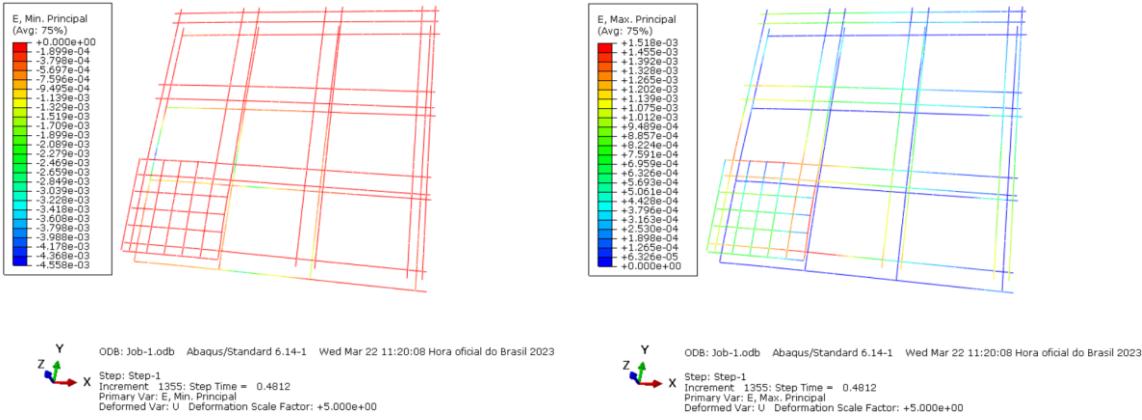


Figura 8.63 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C55



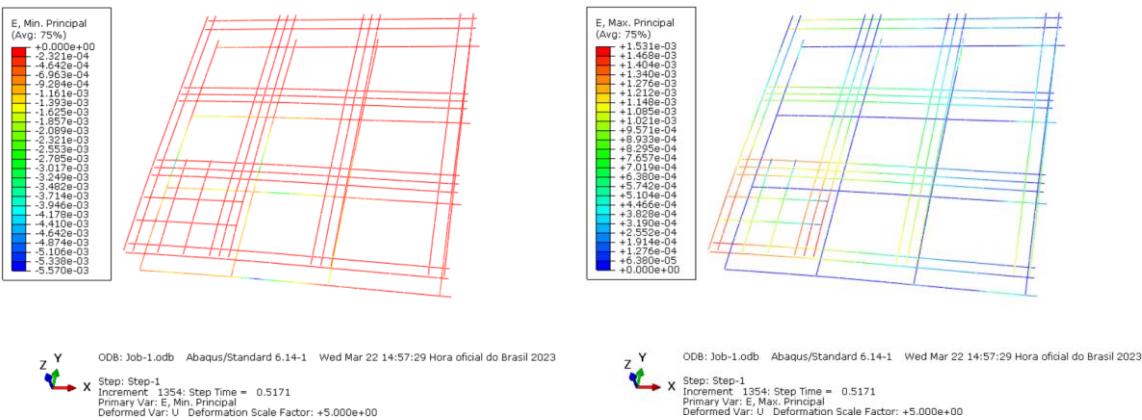
S1C55

Figura 8.64 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C55



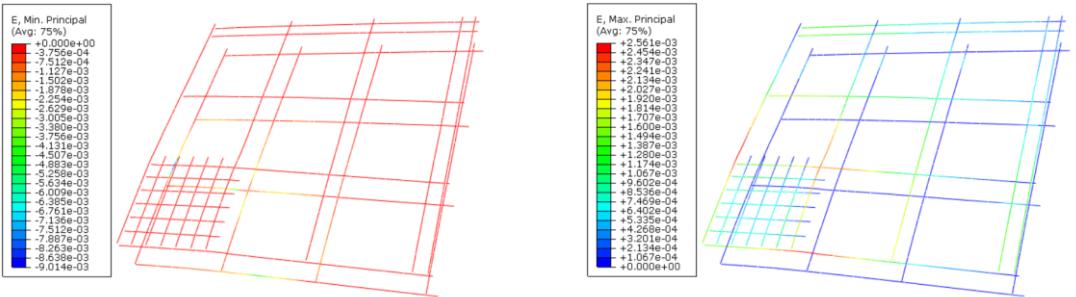
S2C55

Figura 8.65 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C55



S3C55

Figura 8.66 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S1C70

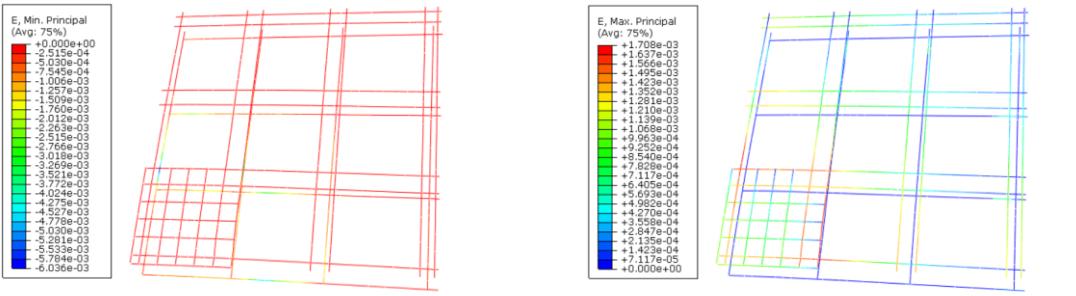


ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Wed Mar 29 11:06:11 Hora oficial do Brasil 2023
Step: Step-1
Increment: 1901: Step Time = 0.6567
Primary Var: E, Min. Principal
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.000e+00

ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Wed Mar 29 11:06:11 Hora oficial do Brasil 2023
Step: Step-1
Increment: 1901: Step Time = 0.6567
Primary Var: E, Max. Principal
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.000e+00

S1C70

Figura 8.67 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S2C70

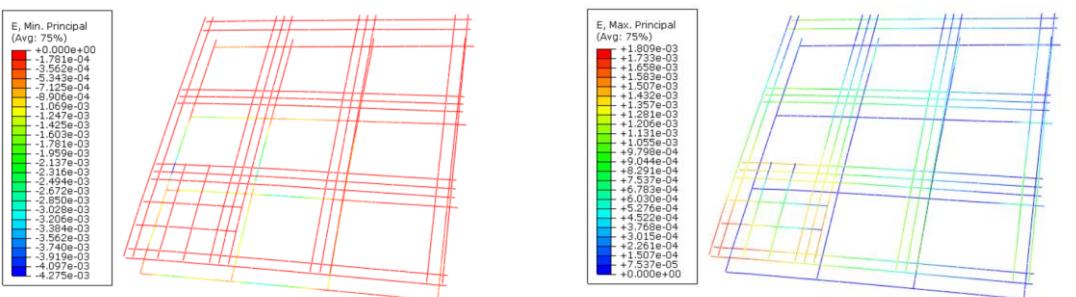


ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Wed Apr 19 14:31:37 Hora oficial do Brasil 2023
Step: Step-1
Increment: 1529: Step Time = 0.5353
Primary Var: E, Min. Principal
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.000e+00

ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Wed Apr 19 14:31:37 Hora oficial do Brasil 2023
Step: Step-1
Increment: 1529: Step Time = 0.5353
Primary Var: E, Max. Principal
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.000e+00

S2C70

Figura 8.68 – Deformação nas armaduras de flexão do modelo S3C70



ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Mar 23 13:23:35 Hora oficial do Brasil 2023
Step: Step-1
Increment: 1490: Step Time = 0.5514
Primary Var: E, Min. Principal
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.000e+00

ODB: Job-1.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Mar 23 13:23:35 Hora oficial do Brasil 2023
Step: Step-1
Increment: 1490: Step Time = 0.5514
Primary Var: E, Max. Principal
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +5.000e+00

S3C70

8.3. Resultados experimentais *versus* computacionais

Neste tópico são feitas comparações entre os resultados experimentais e computacionais, apresentados nos tópicos anteriores 8.1 e 8.2, respectivamente.

8.3.1. Cargas de ruptura

Os modelos computacionais foram capazes de prever de forma satisfatória as cargas últimas experimentais das lajes, apresentando um CV de 8%, conforme pode ser observado na Tabela 8.11.

Tabela 8.11 – Cargas últimas experimentais e computacionais das lajes

Laje	V _{EXP} (kN)	V _{COMP} (kN)	V _{EXP} / V _{COMP}
S1C0	126,50	122,21	1,04
S1C40	150,82	165,63	0,91
S1C55	177,66	183,45	0,97
S1C70	226,38	219,29	1,03
S2C0	150,04	153,14	0,98
S2C40	198,00	190,21	1,04
S2C55	215,21	224,96	0,96
S2C70	266,86	258,51	1,03
S3C0	170,24	175,15	0,97
S3C40	208,56	224,20	0,93
S3C55	315,04	281,54	1,12
S3C70	347,16	292,39	1,19
	MD	1,01	
	DV	0,08	
	CV	0,08	

Na Tabela 8.12 e Figura 8.69 são apresentados os ganhos de cargas em quilonewton (kN) e percentual (%), devido a variação da capa e taxa de armadura. Analisando apenas por grupos de mesma taxa, observa-se que para as lajes com uma barra na nervura (grupo S1), ao se aumentar a capa de 0 mm para 40 mm, 55 mm e 70 mm os ganhos experimentais / computacionais foram de 24,32 kN / 43,42 kN (19,23 % / 35,53 %), 51,16 kN / 61,24 kN (40,44 % / 50,11%) e 99,88 kN / 97,08 kN (78,96 % / 79,44 %), respectivamente.

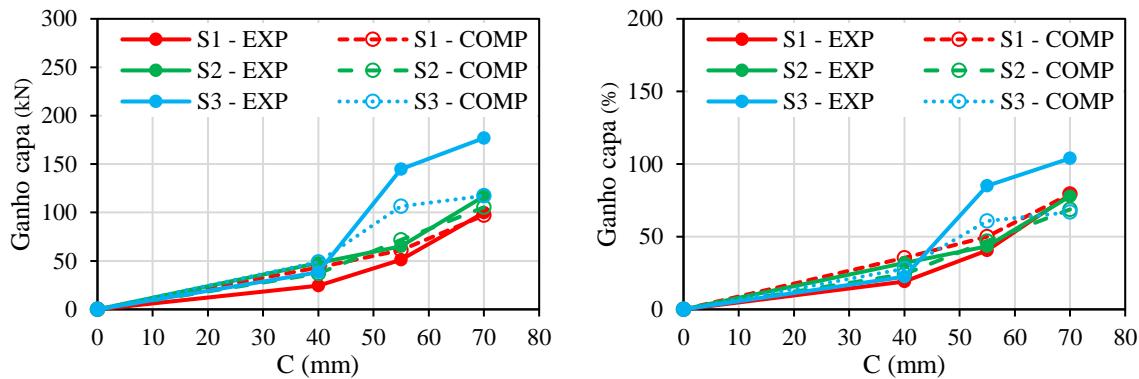
Para as lajes do grupo S2, onde se dobrou a taxa de armadura, os ganhos foram de 47,96 kN / 37,06 kN (31,96 % / 24,20 %), 65,17 kN / 71,81 kN (43,44 % / 46,89 %) e 116,82 kN / 105,37 kN (77,86 % / 68,80 %), respectivamente. Já para as lajes do grupo S3, onde se

triplicou a taxa de armadura, os ganhos foram de 38,32 kN / 49,04 kN (22,51 % / 28,00 %), 144,80 kN / 106,39 kN (85,06 % / 60,74 %) e 176,92 kN / 117,24 kN (103,92 % / 66,94 %), respectivamente.

Tabela 8.12 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes e dos modelos

Lajes/Modelos	V _{EXP} (kN)	Ganho			Capa (mm)
		Diferença	(kN)	(%)	
S1C0 - EXP	126,50	(S1C0 EXP) - (S1C0 EXP)	0,00	0,00	0,00
S1C0 - COM	122,21	(S1C0 COMP) - (S1C0 COMP)	0,00	0,00	0,00
S1C40 - EXP	150,82	(S1C40 EXP) - (S1C0 EXP)	24,32	19,23	40,00
S1C40 - COMP	165,63	(S1C40 COMP) - (S1C0 COMP)	43,42	35,53	40,00
S1C55 - EXP	177,66	(S1C55 EXP) - (S1C0 EXP)	51,16	40,44	55,00
S1C55 - COMP	183,45	(S1C55 COMP) - (S1C0 COMP)	61,24	50,11	55,00
S1C70 - EXP	226,38	(S1C70 EXP) - (S1C0 EXP)	99,88	78,96	70,00
S1C70 - COMP	219,29	(S1C70 COMP) - (S1C0 COMP)	97,08	79,44	70,00
S2C0 - EXP	150,04	(S2C0 EXP) - (S2C0 EXP)	0,00	0,00	0,00
S2C0 - COMP	153,14	(S2C0 COMP) - (S2C0 COMP)	0,00	0,00	0,00
S2C40 - EXP	198,00	(S2C40 EXP) - (S2C0 EXP)	47,96	31,96	40,00
S2C40 - COMP	190,21	(S2C40 COMP) - (S2C0 COMP)	37,06	24,20	40,00
S2C55 - EXP	215,21	(S2C55 EXP) - (S2C0 COMP)	65,17	43,44	55,00
S2C55 - COMP	224,96	(S2C55 COMP) - (S2C0 COMP)	71,81	46,89	55,00
S2C70 - EXP	266,86	(S2C70 EXP) - (S2C0 EXP)	116,82	77,86	70,00
S2C70 - COMP	258,51	(S2C70 COMP) - (S2C0 COMP)	105,37	68,80	70,00
S3C0 - EXP	170,24	(S3C0 EXP) - (S3C0 EXP)	0,00	0,00	0,00
S3C0 - COMP	175,15	(S3C0 COMP) - (S3C0 COMP)	0,00	0,00	0,00
S3C40 - EXP	208,56	(S3C40 EXP) - (S3C0 EXP)	38,32	22,51	40,00
S3C40 - COMP	224,20	(S3C40 COMP) - (S3C0 COMP)	49,04	28,00	40,00
S3C55 - EXP	315,04	(S3C55 EXP) - (S3C0 EXP)	144,80	85,06	55,00
S3C55 - COMP	281,54	(S3C55 COMP) - (S3C0 COMP)	106,39	60,74	55,00
S3C70 - EXP	347,16	(S3C70 EXP) - (S3C0 EXP)	176,92	103,92	70,00
S3C70 - COMP	292,39	(S3C70 COMP) - (S3C0 COMP)	117,24	66,94	70,00

Figura 8.69 – Ganho de carga devido a variação da capa das lajes e dos modelos



Agora, refazendo as análises anteriores para os grupos de mesma capa, nota-se na Tabela 8.13 e Figura 8.70 que para as lajes com capa 0 mm (grupo C0), ao se aumentar a quantidade de barras nas nervuras de 1, para 2 ou 3 barras nas nervuras, os ganhos experimentais / computacionais foram de 23,54 kN / 30,93 kN (18,61 % / 25,31 %) e 43,74 kN / 52,94 kN (34,58 % / 43,32 %), respectivamente.

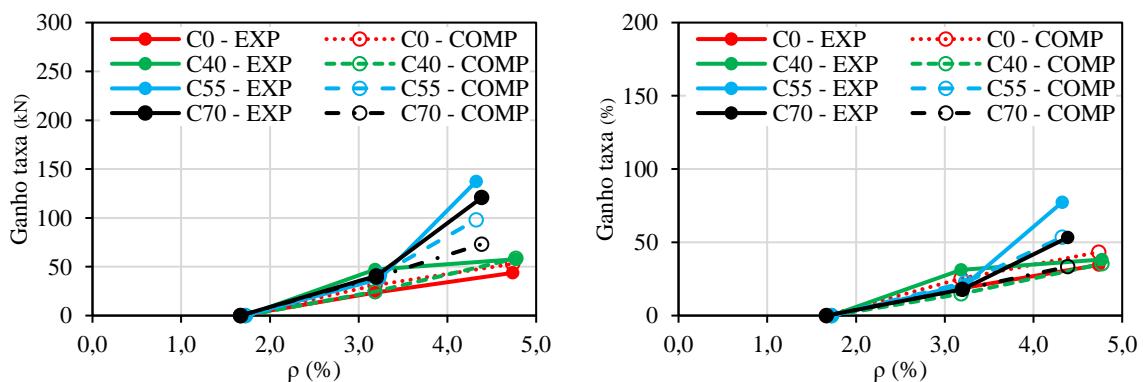
Para as lajes do grupo C40, ao se duplicar e triplicar a taxa armadura nas nervuras, os ganhos foram de 47,18 kN / 24,57 kN (31,28 % / 14,84 %) e 57,74 kN / 58,56 kN (38,28 % / 35,36 %), respectivamente. Já para as lajes do grupo C55, dobrando e triplicando a taxa de armadura, os ganhos foram de 37,55 kN / 41,51 kN (21,14 % / 22,63 %) e 137,38 kN / 98,09 kN (77,33 % / 53,47 %), respectivamente.

Por fim, para as lajes do grupo C70, ao se usar 2 e 3 barras de aço nas nervuras, os ganhos foram de 40,48 kN / 39,22 kN (17,88 % / 17,89 %) e 120,78 kN / 73,11 kN (53,35 % / 33,34 %), respectivamente. De modo geral, os resultados mostram uma boa concordância entre os testes experimentais e modelos computacionais.

Tabela 8.13 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes e dos modelos

Lajes/Modelos	V _{EXP} (kN)	Ganho			$\rho_{nervura}$ (%)
		Diferença	(kN)	(%)	
S1C0 - EXP	126,50	(S1C0 EXP) - (S1C0 EXP)	0,00	0,00	1,67
S1C0 - COM	122,21	(S1C0 COMP) - (S1C0 COMP)	0,00	0,00	1,67
S2C0 - EXP	150,04	(S2C0 EXP) - (S1C0 EXP)	23,54	18,61	3,19
S2C0 - COMP	153,14	(S2C0 COMP) - (S1C0 COMP)	30,93	25,31	3,19
S3C0 - EXP	170,24	(S3C0 EXP) - (S1C0 EXP)	43,74	34,58	4,73
S3C0 - COMP	175,15	(S3C0 COMP) - (S1C0 COMP)	52,94	43,32	4,73
S1C40 - EXP	150,82	(S1C40 EXP) - (S1C40 EXP)	00,00	00,00	1,72
S1C40 - COMP	165,63	(S1C40 COMP) - (S1C40 COMP)	00,00	00,00	1,72
S2C40 - EXP	198,00	(S2C40 EXP) - (S1C40 EXP)	47,18	31,28	3,19
S2C40 - COMP	190,21	(S2C40 COMP) - (S1C40 COMP)	24,57	14,84	3,19
S3C40 - EXP	208,56	(S3C40 EXP) - (S1C40 EXP)	57,74	38,28	4,77
S3C40 - COMP	224,20	(S3C40 COMP) - (S1C40 COMP)	58,56	35,36	4,77
S1C55 - EXP	177,66	(S1C55 EXP) - (S1C55 EXP)	00,00	00,00	1,72
S1C55 - COMP	183,45	(S1C55 COMP) - (S1C55 COMP)	00,00	00,00	1,72
S2C55 - EXP	215,21	(S2C55 EXP) - (S1C55 COMP)	37,55	21,14	3,24
S2C55 - COMP	224,96	(S2C55 COMP) - (S1C55 COMP)	41,51	22,63	3,24
S3C55 - EXP	315,04	(S3C55 EXP) - (S1C55 EXP)	137,38	77,33	4,32
S3C55 - COMP	281,54	(S3C55 COMP) - (S1C55 COMP)	98,09	53,47	4,32
S1C70 - EXP	226,38	(S1C70 EXP) - (S1C70 EXP)	00,00	00,00	1,67
S1C70 - COMP	219,29	(S1C70 COMP) - (S1C70 COMP)	00,00	00,00	1,67
S2C70 - EXP	266,86	(S2C70 EXP) - (S1C70 EXP)	40,48	17,88	3,20
S2C70 - COMP	258,51	(S2C70 COMP) - (S1C70 COMP)	39,22	17,89	3,20
S3C70 - EXP	347,16	(S3C70 EXP) - (S1C70 EXP)	120,78	53,35	4,39
S3C70 - COMP	292,39	(S3C70 COMP) - (S1C70 COMP)	73,11	33,34	4,39

Figura 8.70 – Ganho de carga devido a variação da taxa de armadura das lajes e dos modelos



8.3.2. Deslocamentos verticais

Conforme pode ser observado nas figuras 8.71, 8.72 e 8.73, de modo geral, há uma boa aproximação entre os resultados experimentais e computacionais. Os modelos computacionais conseguiram prever de forma satisfatória o comportamento experimental de todas as lajes.

Figura 8.71 – Deslocamentos verticais experimentais *versus* computacionais das lajes e dos modelos do grupo S1

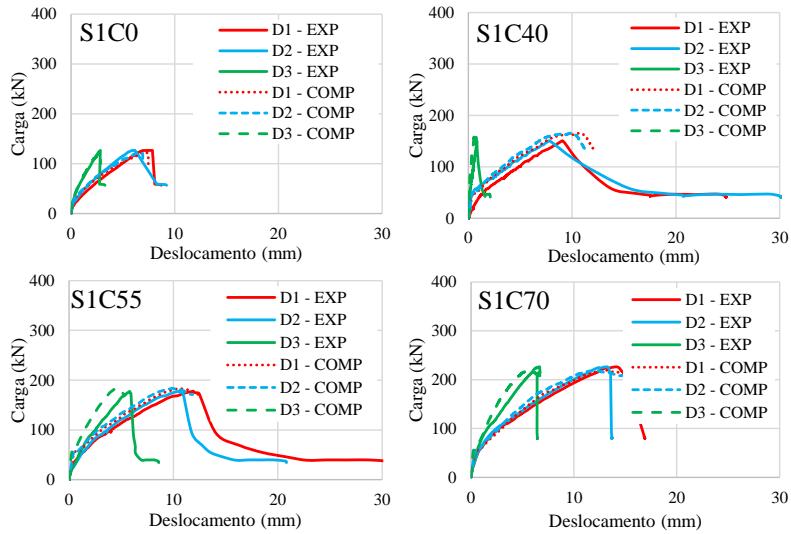


Figura 8.72 – Deslocamentos verticais experimentais *versus* computacionais das lajes e dos modelos do grupo S2

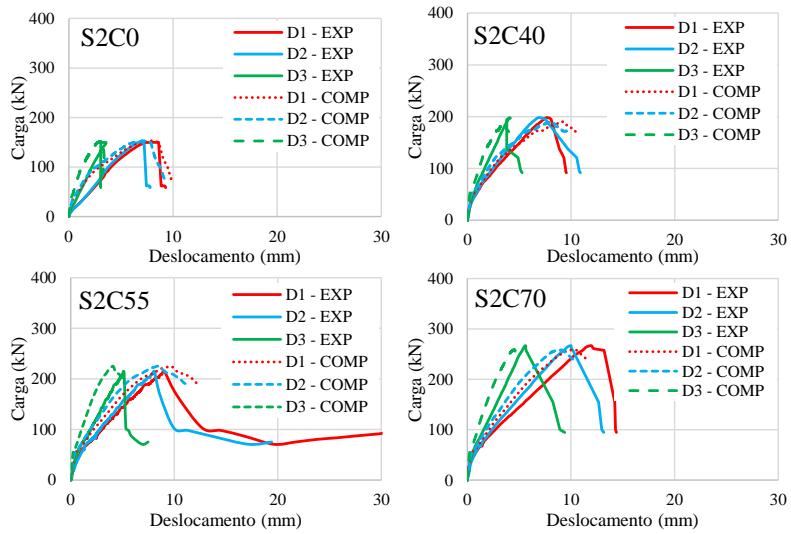
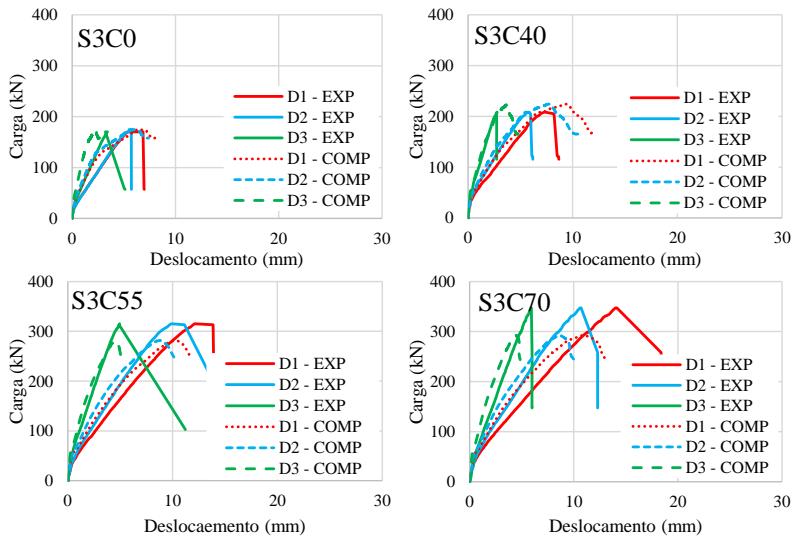


Figura 8.73 – Deslocamentos verticais experimentais *versus* computacionais das lajes e dos modelos do grupo S3



Para analisar a rigidez das lajes e dos modelos foi determinado o índice de rigidez, dividindo a carga última de ruptura pelo deslocamento máximo correspondente. De modo geral, os resultados experimentais e computacionais se encontram com boa aproximação, conforme pode ser observado nas figuras 8.74 e 8.75, organizados em função da variação da espessura da capa e da taxa de armadura, respectivamente.

É nítido que não houve uma mudança significativa na rigidez dos espécimes ao se aumentar a espessura da capa das lajes e modelos de mesma taxa de armadura, exceto para a laje e modelo S2C0, pertencentes ao grupo de taxa intermediária, que apresentou uma rigidez inferior dentro do seu grupo, conforme observado na Figura 8.74. Por outro lado, ao se analisar a Figura 8.75, fica evidente que o aumento da taxa de armadura elevou a resistência tanto das lajes quanto dos modelos.

Figura 8.74 – Influência da espessura da capa na rigidez das lajes

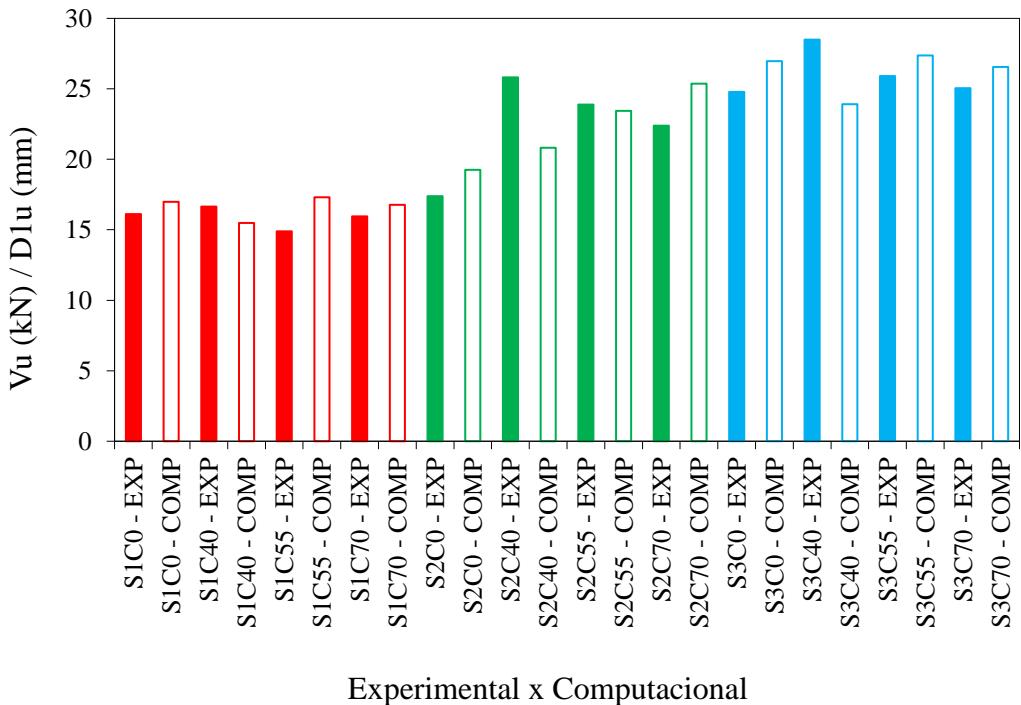
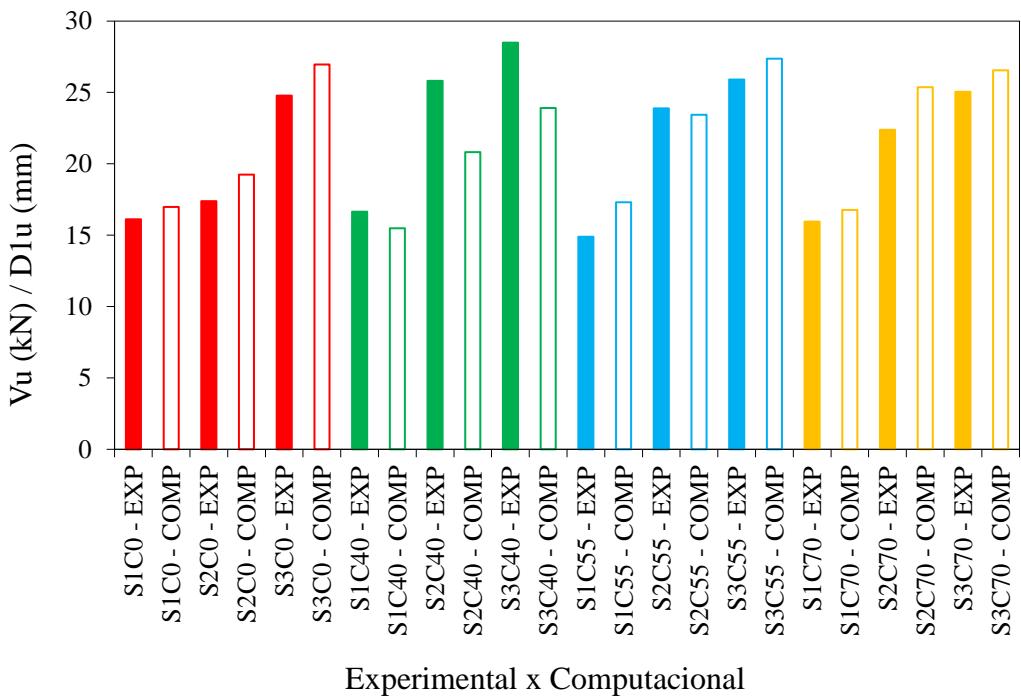


Figura 8.75 – Influência da taxa de armadura na rigidez das lajes



8.3.3. Deformada da laje ao longo do comprimento

As figuras 8.76 e 8.77 apresentam a comparação entre as deformadas experimentais e computacionais no momento da ruptura das lajes e dos modelos, dos grupos 1 e 2, respectivamente. Nota-se, que na região central, onde está localizado o maciço, houve uma menor rotação, isso já era esperado, visto que é zona mais rígida da peça. Também nesta região de momento fletor máximo, onde foi aplicado o carregamento, obtiveram-se os maiores deslocamentos.

Verifica-se também que o aumento da espessura da capa quanto o da taxa de armadura de flexão influenciaram significativamente no aumento da resistência última e da rigidez das lajes e dos modelos. De modo geral, as deformadas computacionais tiveram uma boa aproximação com os resultados experimentais.

Figura 8.76 – Deformada das lajes do grupo 1 na ruptura

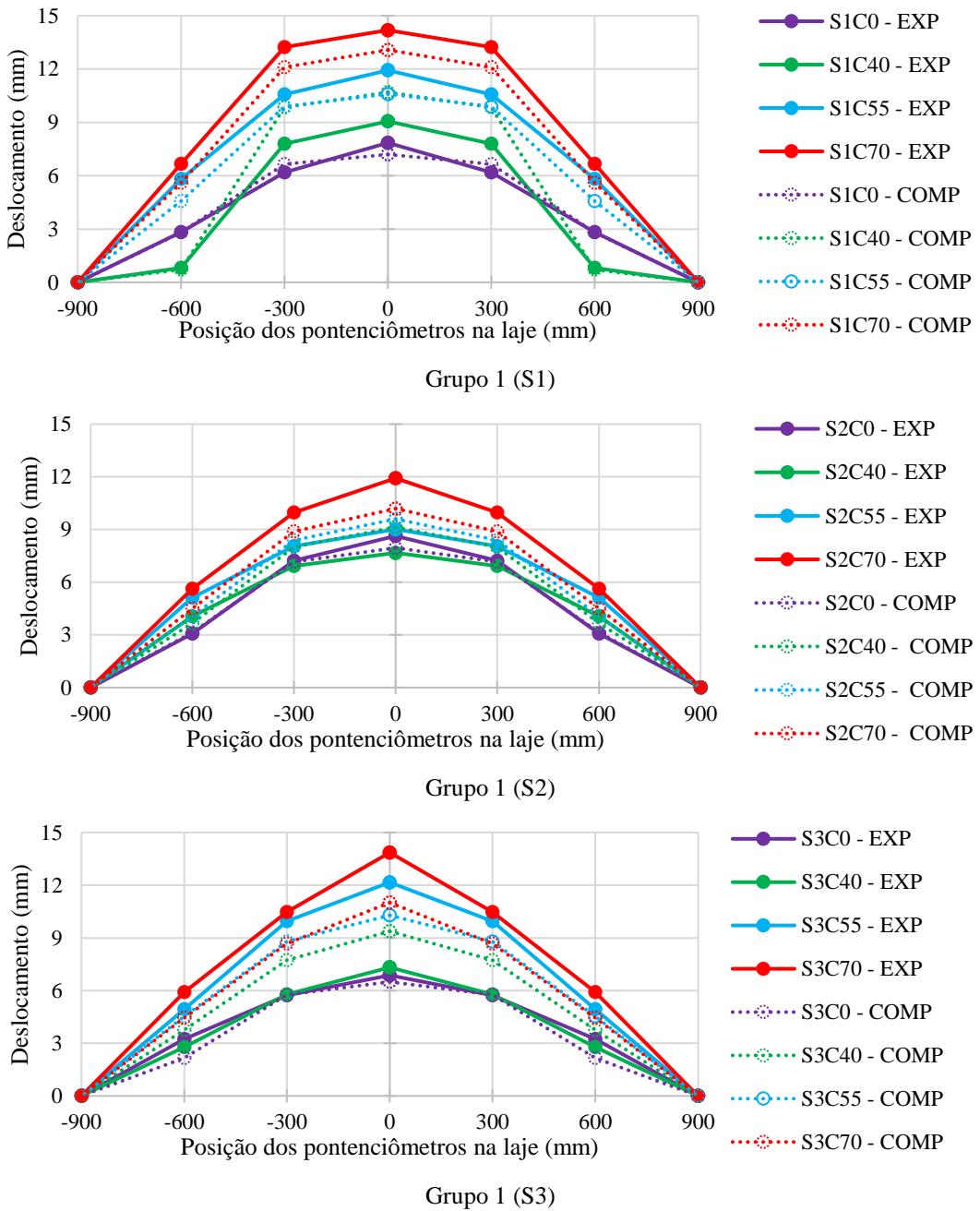
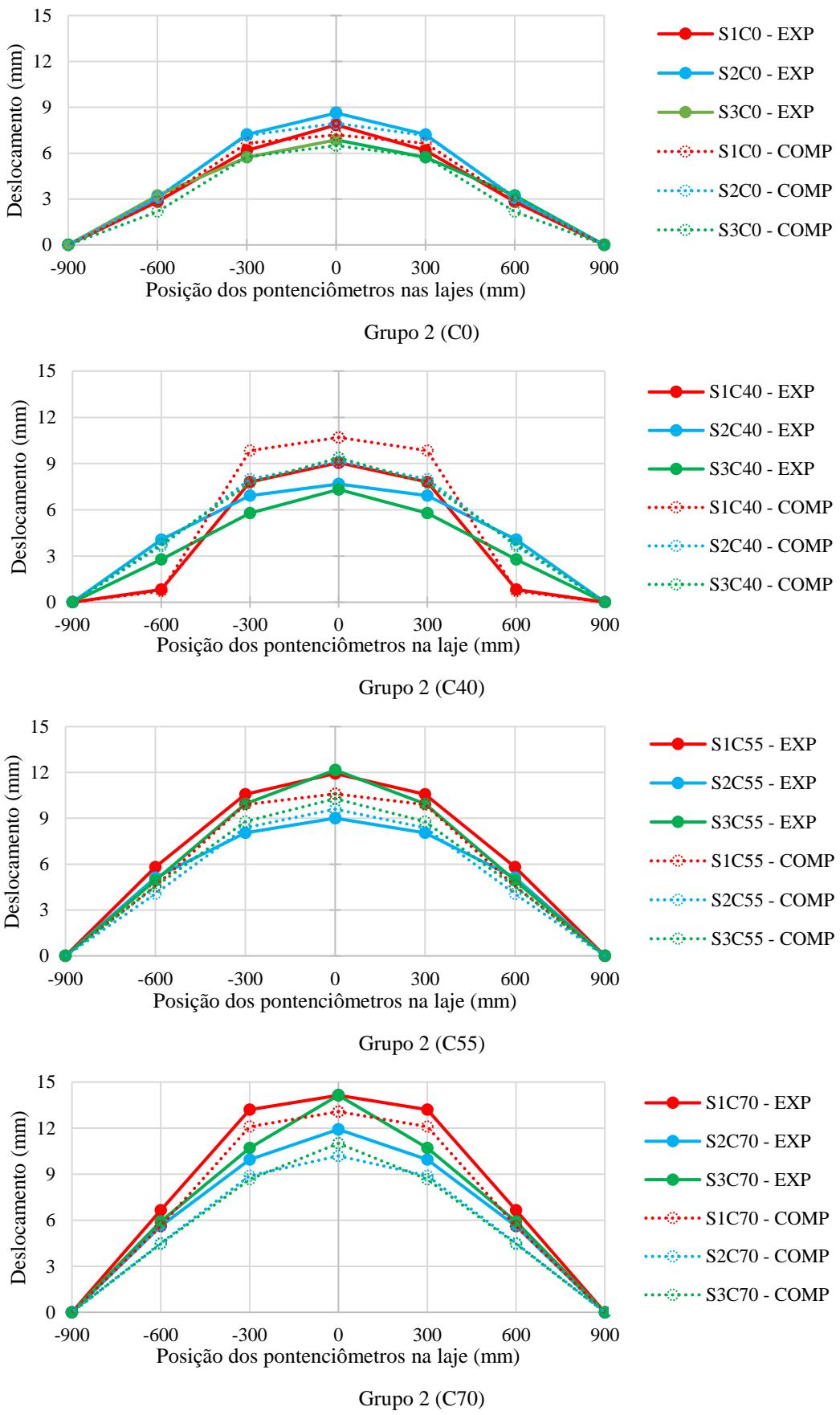


Figura 8.77 – Deformada das lajes do grupo 2 na ruptura



8.3.4. Deformações da armadura de flexão

As figuras 8.78 e 8.79 apresentam as deformações das barras de aço dos testes experimentais e dos modelos no momento da ruptura. Observa-se que os resultados computacionais apresentaram uma boa concordância com os resultados experimentais. Tanto as deformações experimentais quanto as obtidas computacionalmente apresentaram valores de deformações nas armaduras longitudinais abaixo do valor esperado para o escoamento da barra de aço (2,84%).

Figura 8.78 – Deformação das armaduras de flexão das lajes e dos modelos do grupo 1

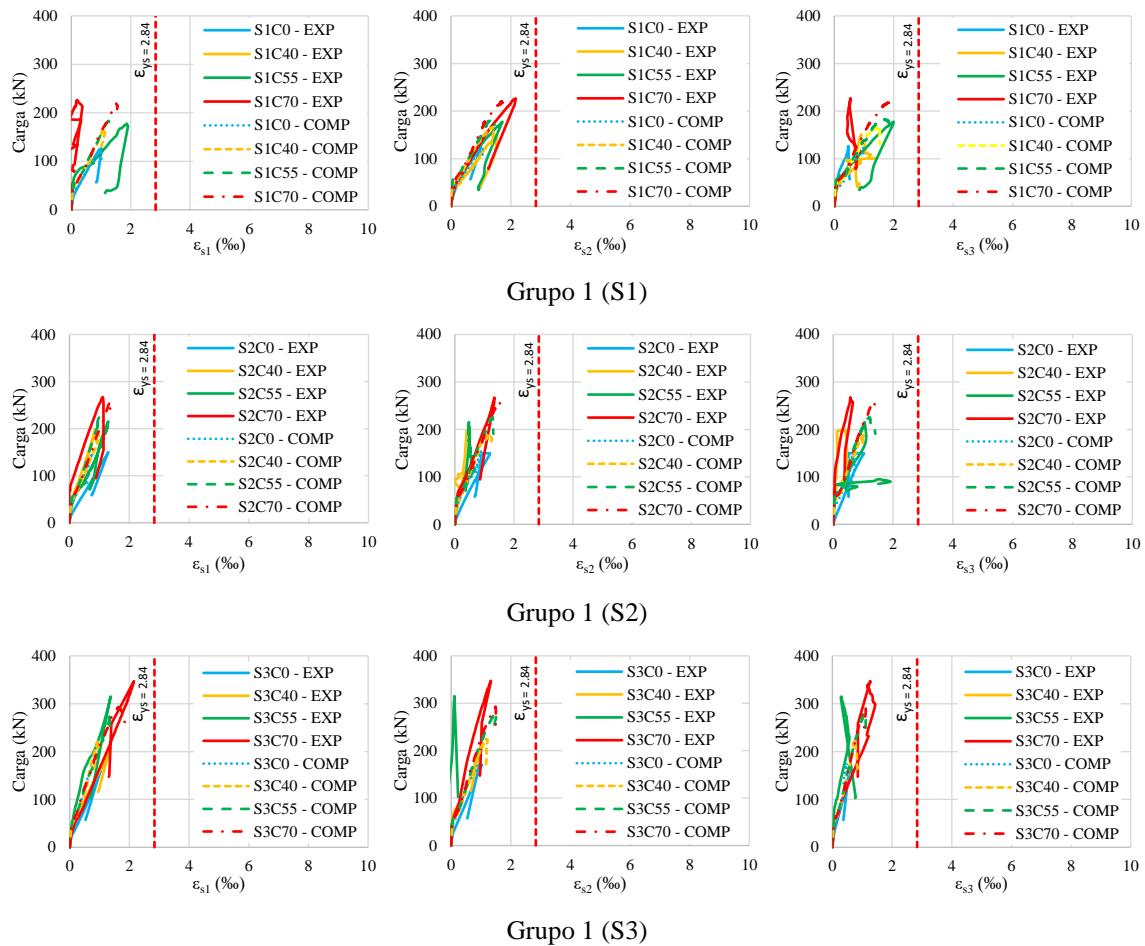
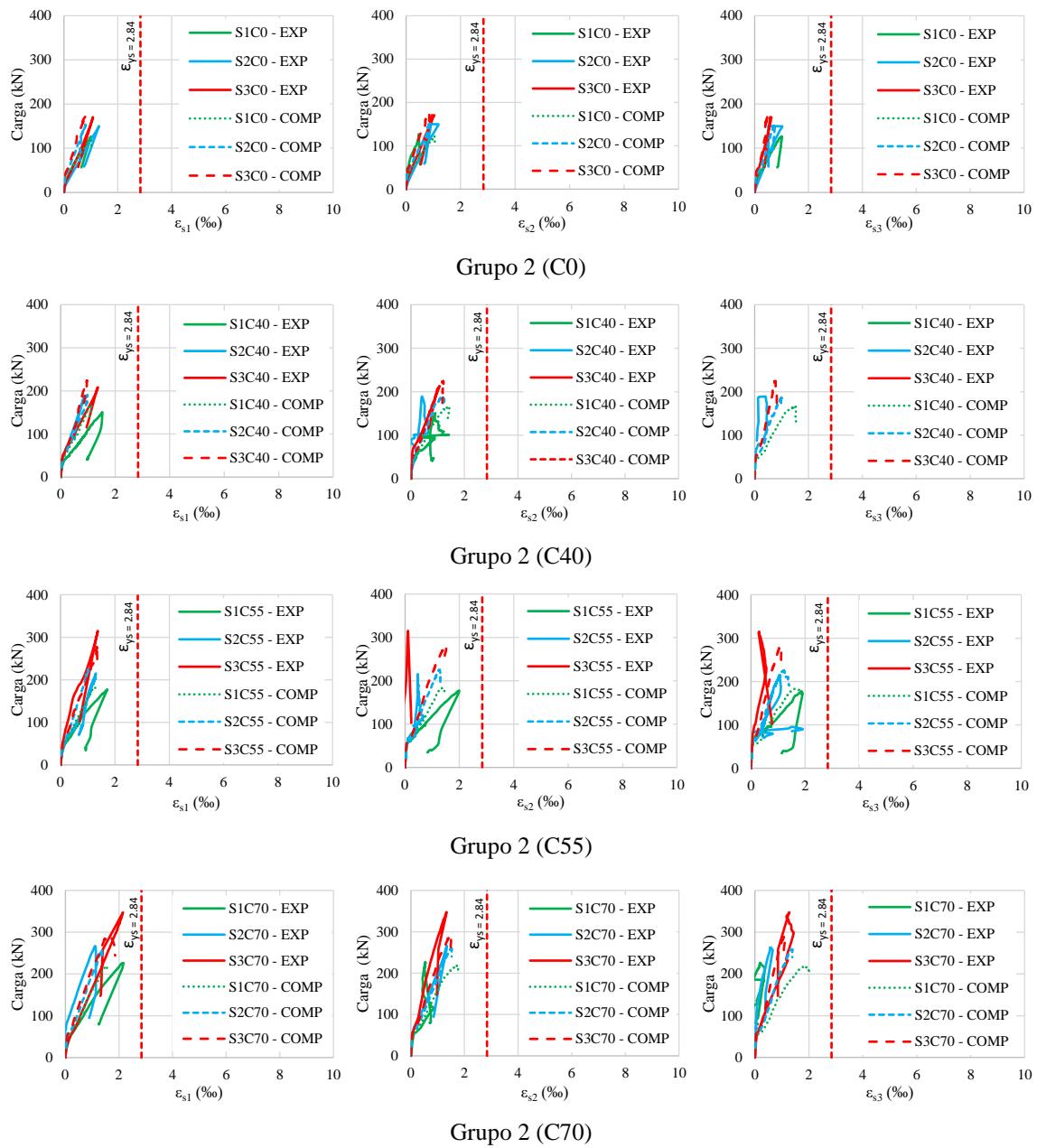


Figura 8.79 – Deformação das armaduras de flexão das lajes e dos modelos do grupo 2



8.3.5. Deformações do concreto

As figuras 8.80 e 8.81 apresentam as deformações no concreto das lajes experimentais e dos modelos no momento da ruptura. Observa-se que os resultados computacionais apresentaram uma boa concordância com os resultados experimentais. Tanto as deformações experimentais quanto as computacionais apresentaram valores de deformações no concreto abaixo do valor esperado para o esmagamento do concreto (3,5‰).

Figura 8.80 – Deformação no concreto das lajes e dos modelos do grupo 1

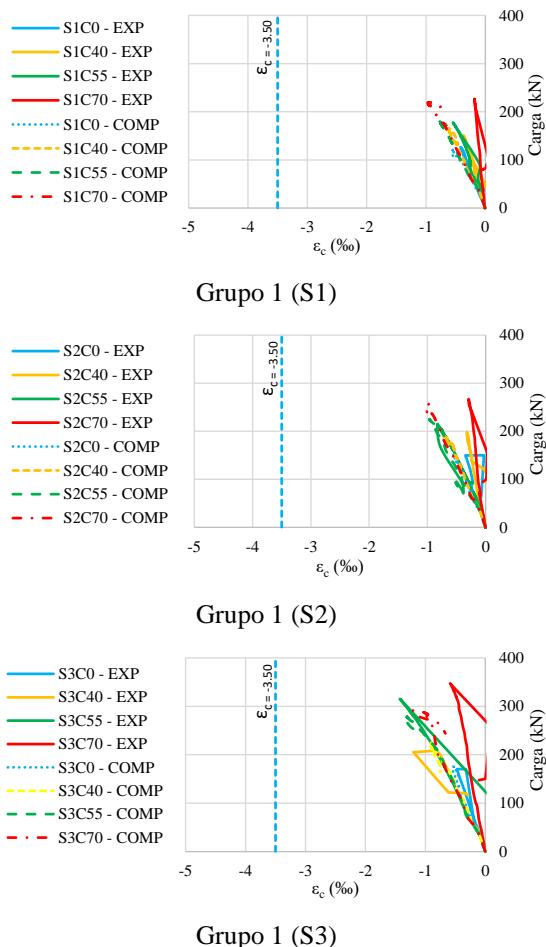
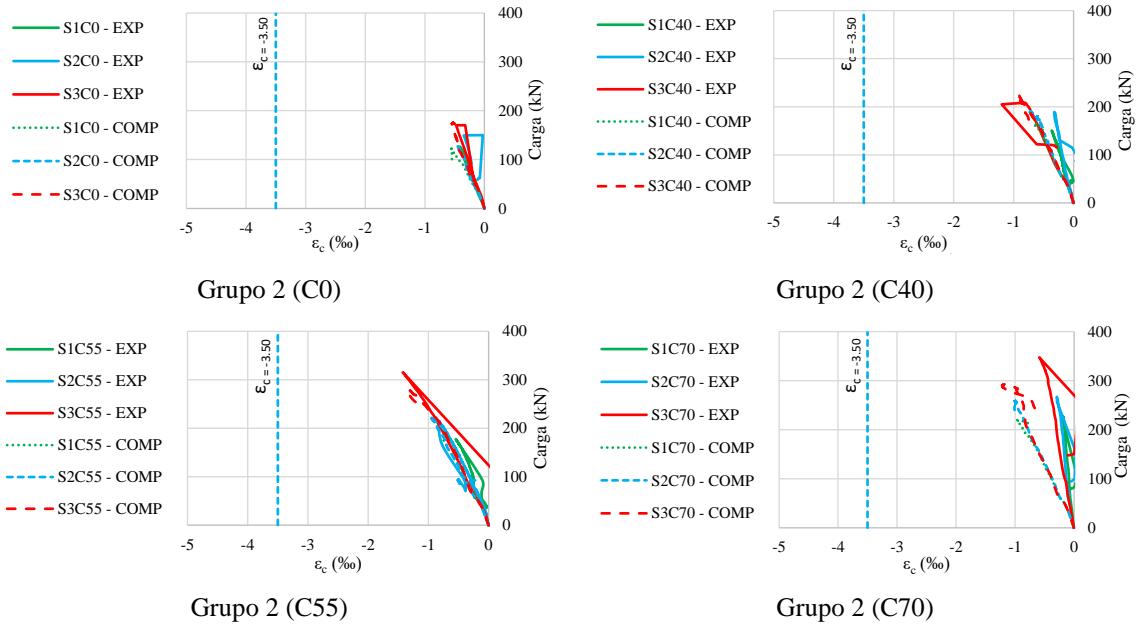


Figura 8.81 – Deformação no concreto das lajes e dos modelos do grupo 2



8.3.6. Mapa de fissuração das lajes *versus* panorama de fissuração dos modelos

É apresentado nas figuras de 8.82 a 8.93 a comparação entre os mapas de fissuração experimentais e computacionais. Adotou-se as cores preto e branco para destacar o panorama de fissuração dos modelos. É apresentado o panorama de fissuração completo, desenvolvidos a partir da replicação de apenas 1/4 dos modelos computacionais.

As lajes e modelos sem capa (S1C0, S2C0 e S3C0) romperam sem nenhuma fissuração na superfície da região maciça como pode ser visto nas figuras 8.82, 8.83 e 8.84. O fato de as lajes não possuírem capa, fez com que a região maciça fosse menos solicitada.

As lajes e modelos com capa de 40 mm (S1C40, S2C40 e S3C40) apresentaram inicialmente fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais a partir dele (ver figuras 8.85, 8.86 e 8.87). Não houve fissuração em cima do maciço para as lajes e modelos S1C40 e S2C40, apenas a laje e modelo S3C40 apresentaram fissuração nessa região em níveis mais elevados de carregamento.

Para lajes (S1C55 e S2C55) e modelos (S1C55, S2C55 e S3C55), primeiramente surgiram fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais partindo dele (ver figuras 8.88 e 8.89). Já para a laje S3C55 não se observou de forma clara as fissuras tangenciais ao redor do maciço, isso pode indicar que a laje se comportou mais próximo de uma laje maciça, conforme pode ser observado na Figura 8.90. Foi observado também que houve fissuração em cima do maciço para a laje e modelo S3C55, para níveis mais elevados de carregamento, exceto para as lajes e modelos S1C55 e S2C55.

O mesmo ocorreu para as lajes (S1C70 e S2C70) e modelos (S1C70, S2C70 e S3C70), inicialmente surgiram fissuras tangenciais ao redor do maciço e radiais partindo dele (ver figuras 8.91 e 8.92). Já para a laje S3C70 não se observou de forma clara as fissuras tangenciais ao redor do maciço, isso pode indicar que a laje se comportou mais próximo de uma laje maciça, conforme pode ser observado na Figura 8.93. Foi observado também que ocorreu fissuração em cima do maciço para as lajes S2C70, S3C70 e modelo S3C70, para níveis mais elevados de carregamento, exceto para a laje S1C70 e modelos S1C70 e S2C70.

Todas as lajes e modelos romperam por cisalhamento nas nervuras, conforme pode ser observado nas figuras de 8.82 a 8.93. De modo geral, houve uma boa concordância entre os mapas de fissurações experimentais e computacionais.

Figura 8.82 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S1C0)

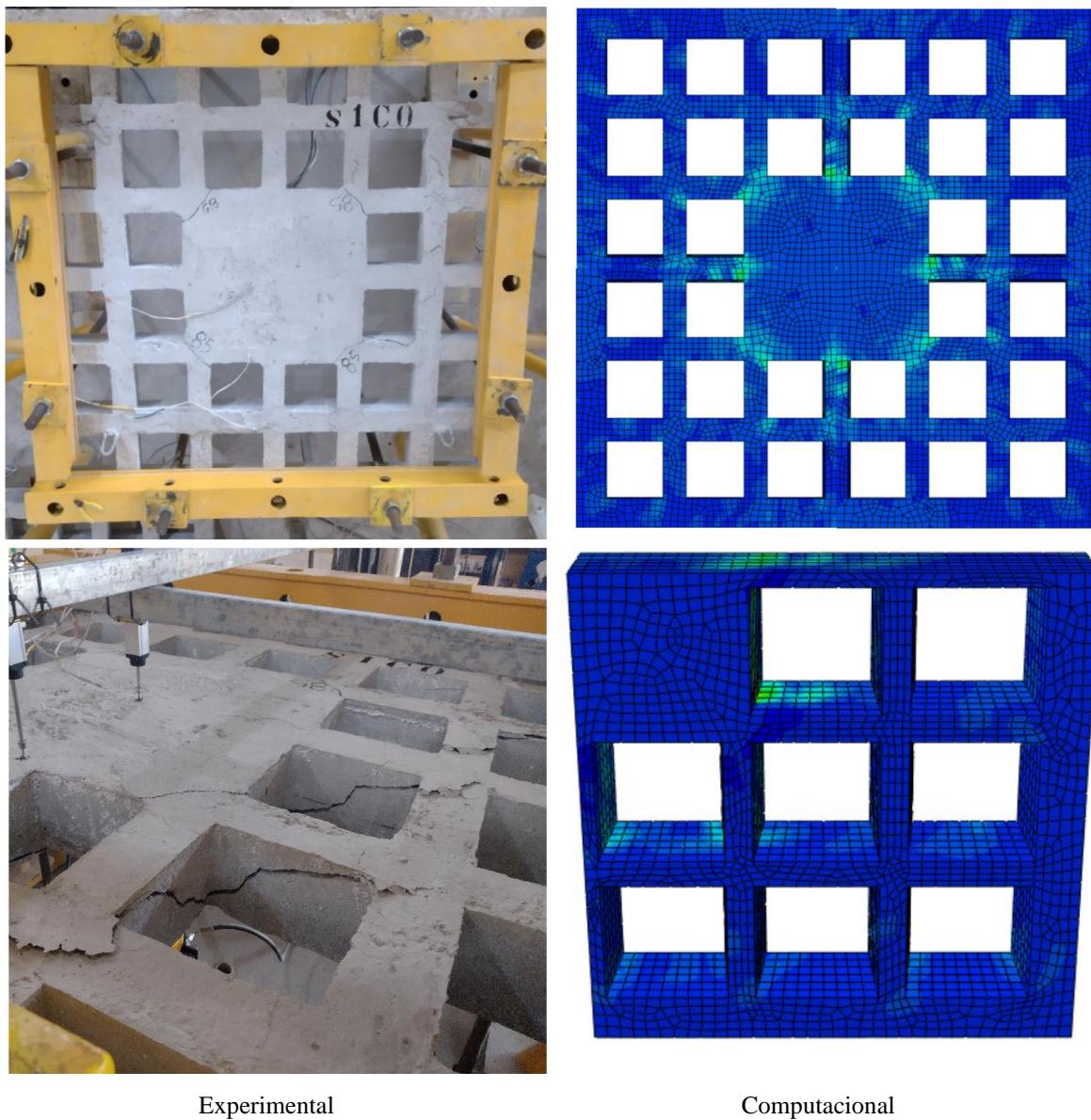


Figura 8.83 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S2C0)

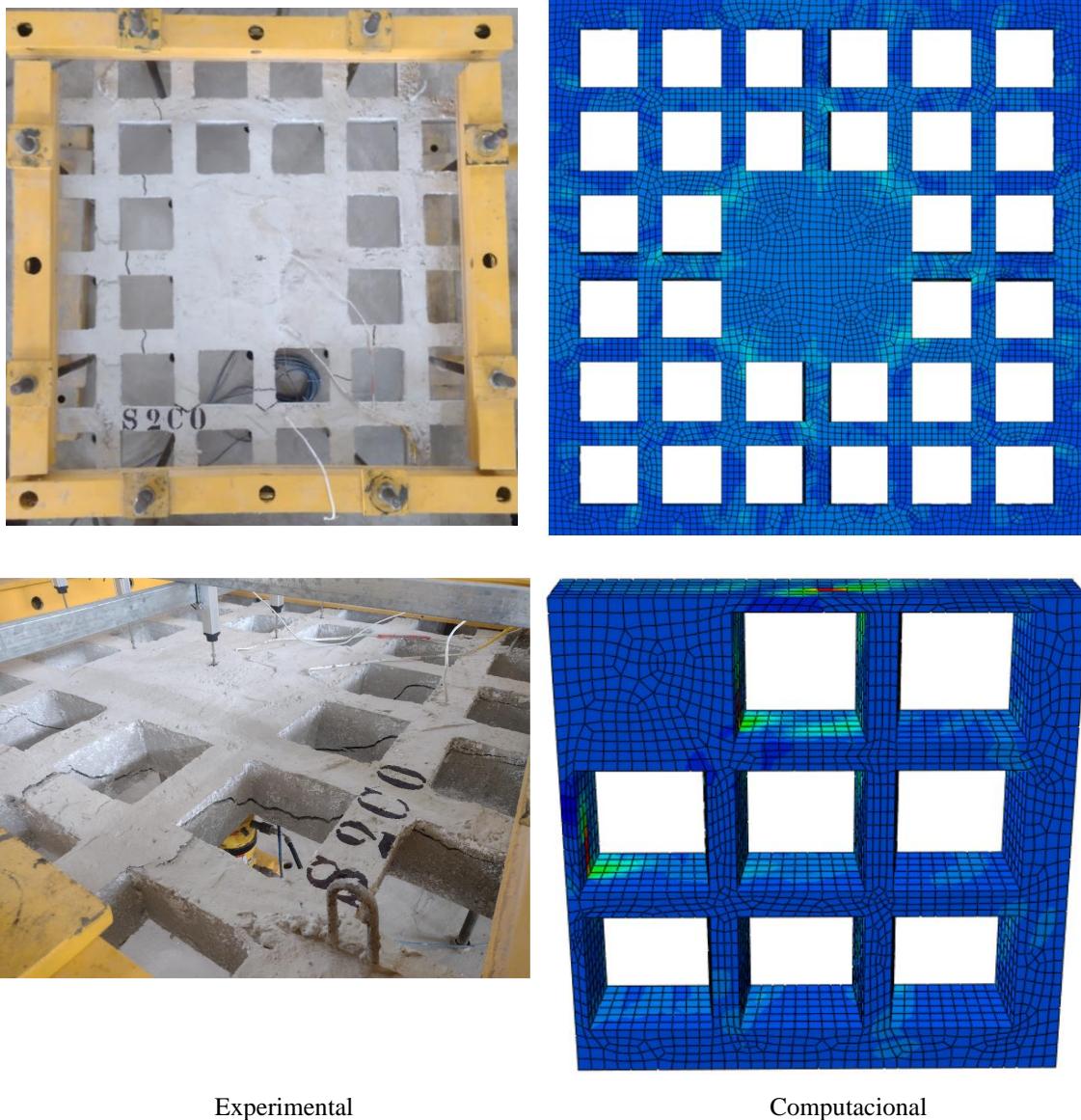


Figura 8.84 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S3C0)

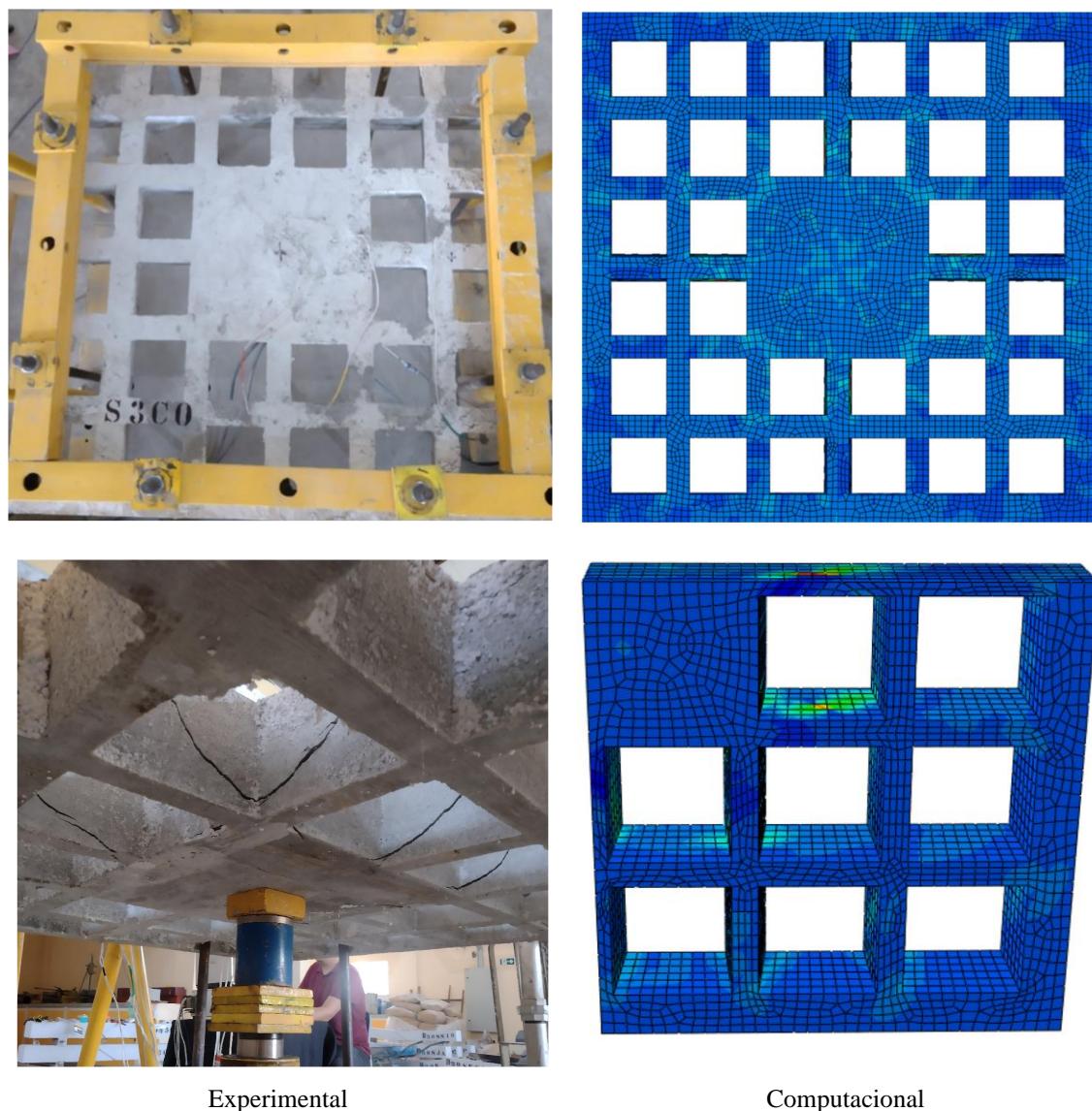


Figura 8.85 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S1C40)

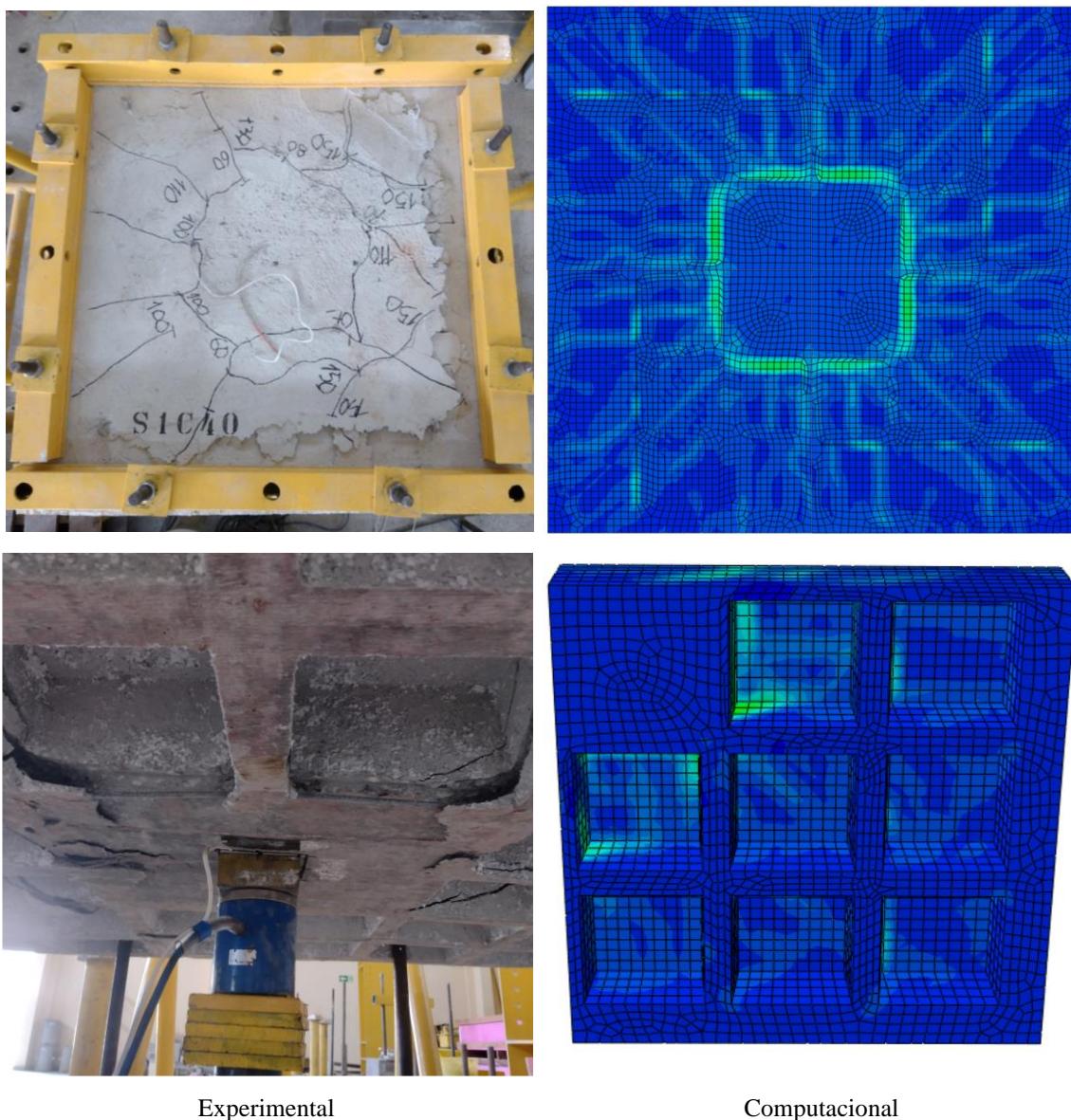


Figura 8.86 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S2C40)

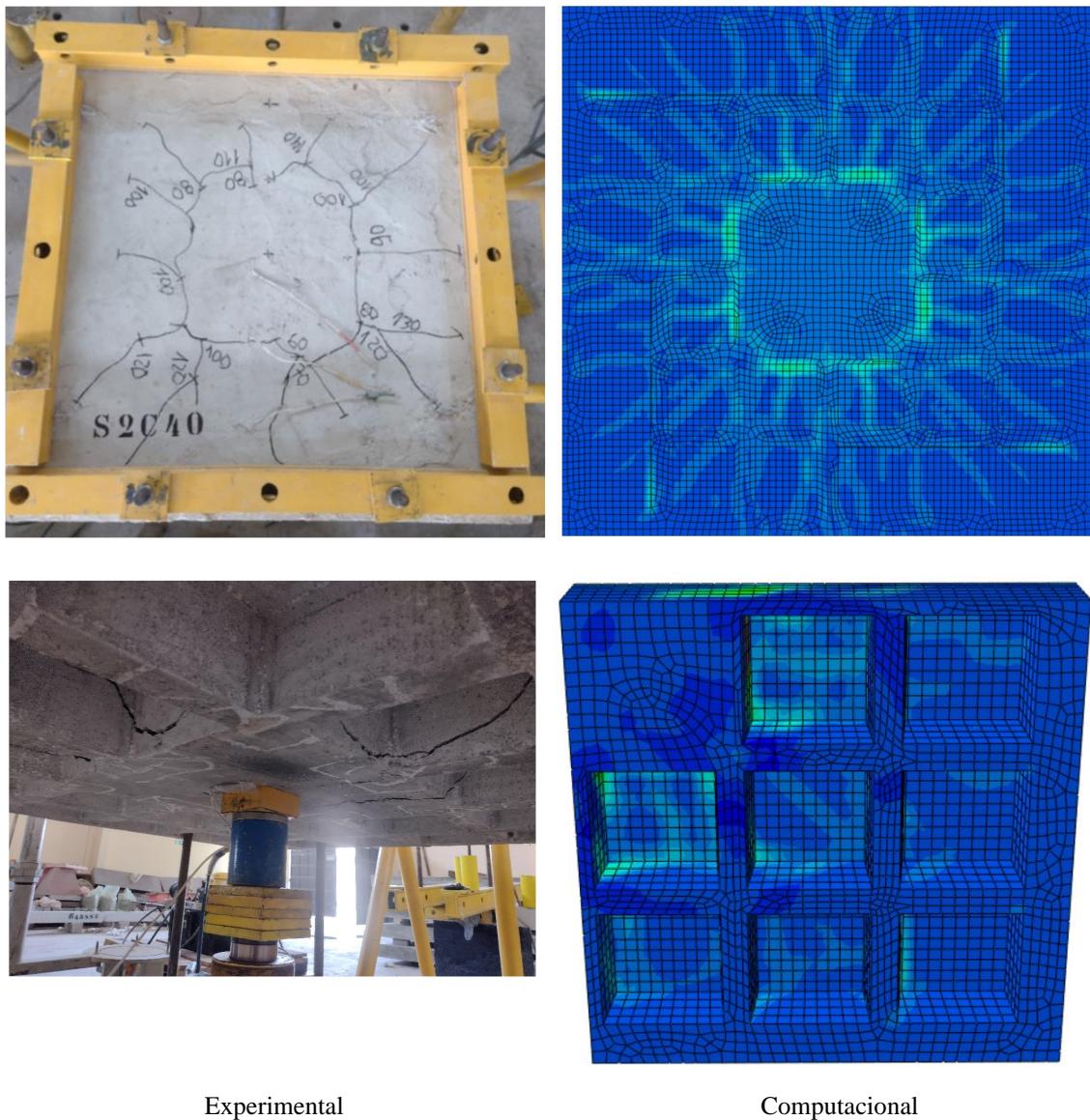
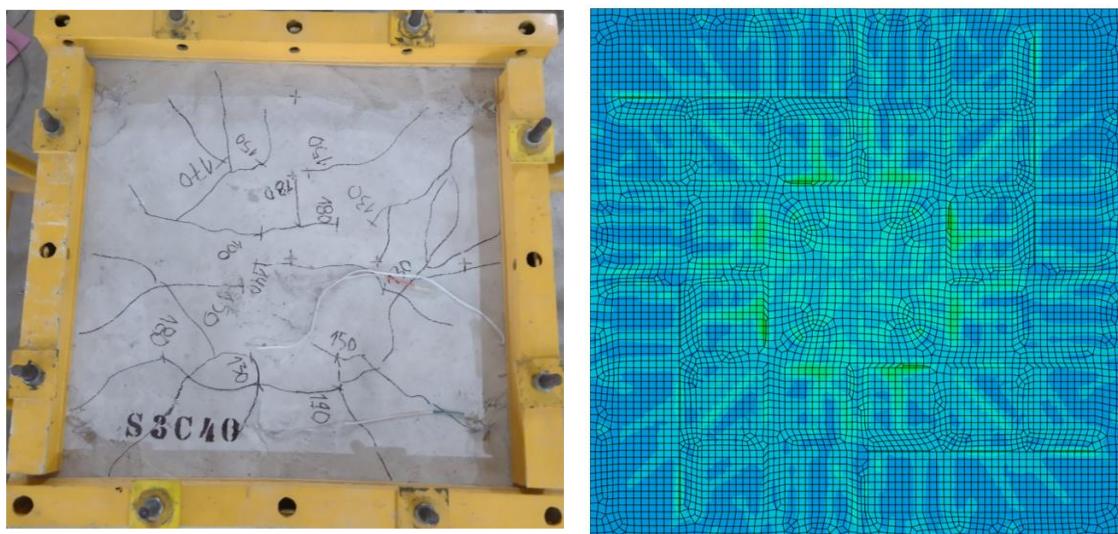
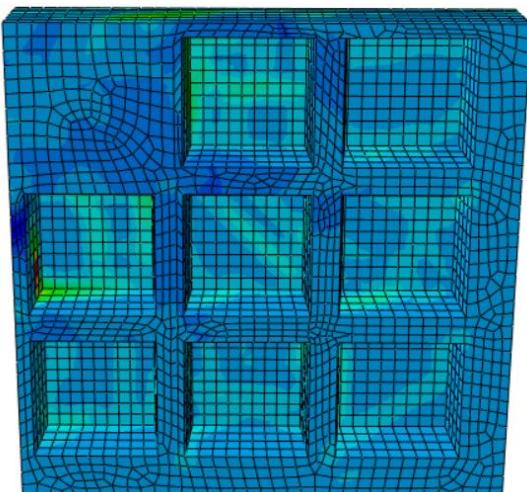


Figura 8.87 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S3C40)



Experimental



Computacional

Figura 8.88 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S1C55)

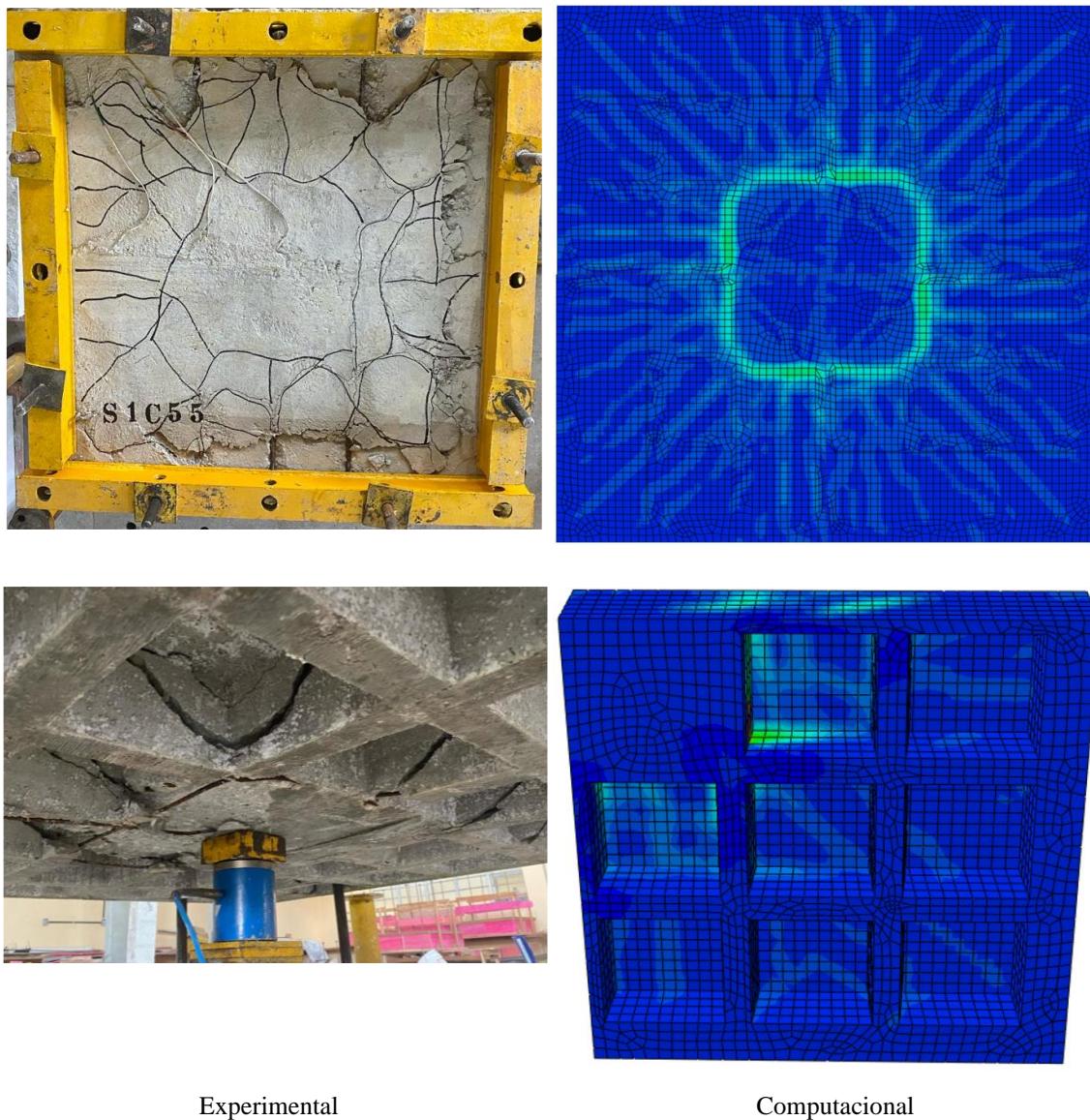


Figura 8.89 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S2C55)

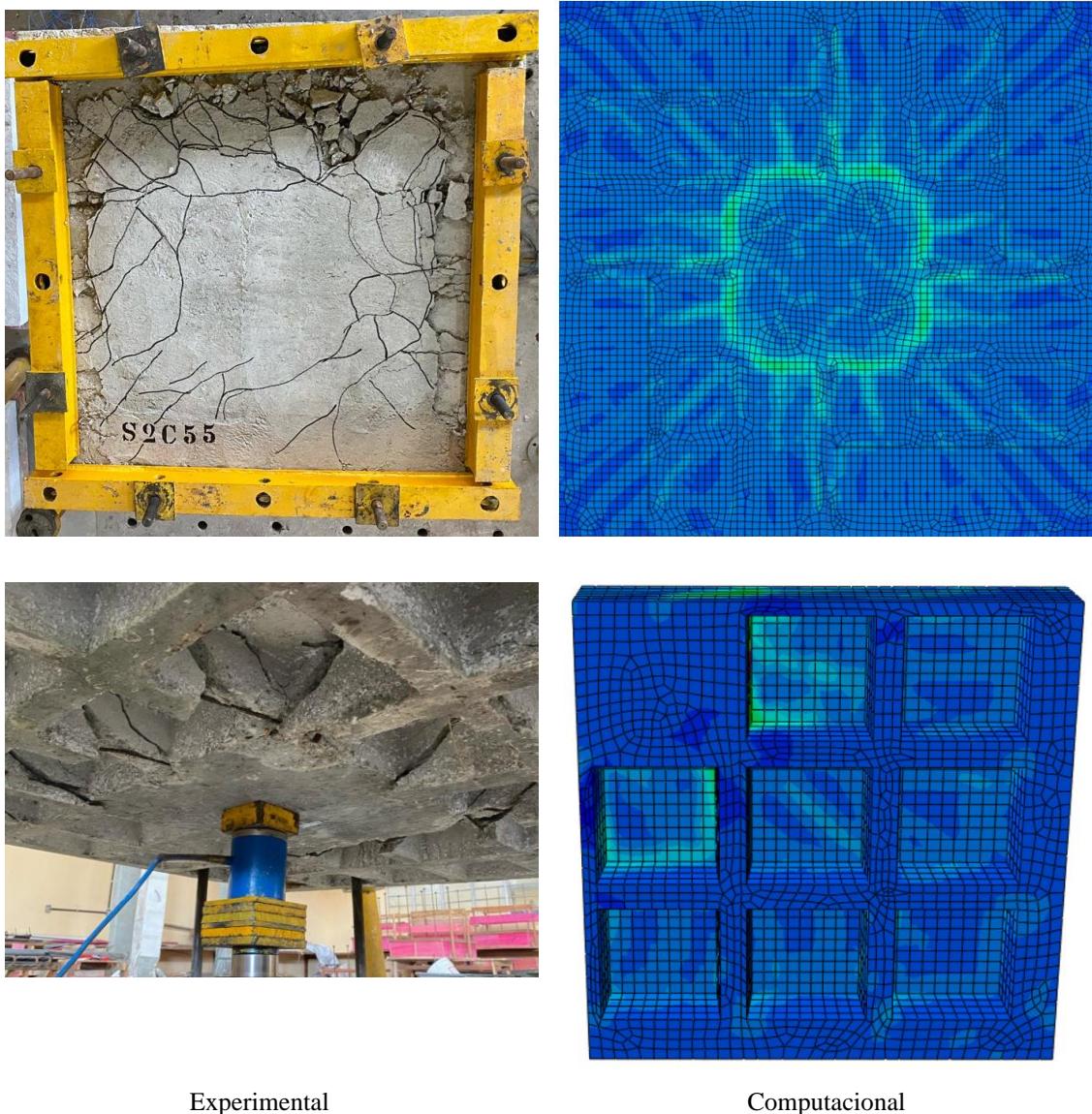
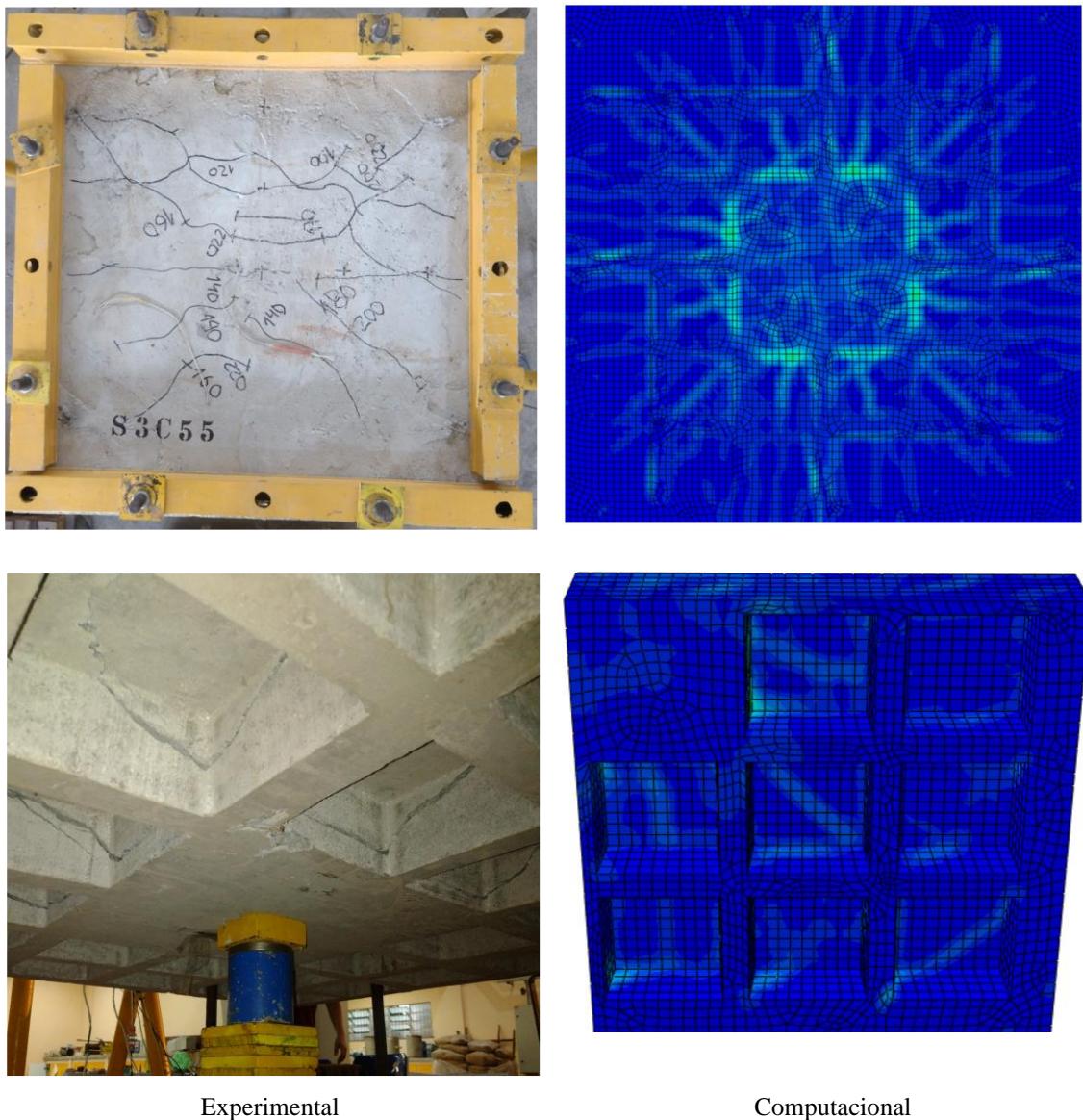


Figura 8.90 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S3C55)



Experimental

Computacional

Figura 8.91 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S1C70)

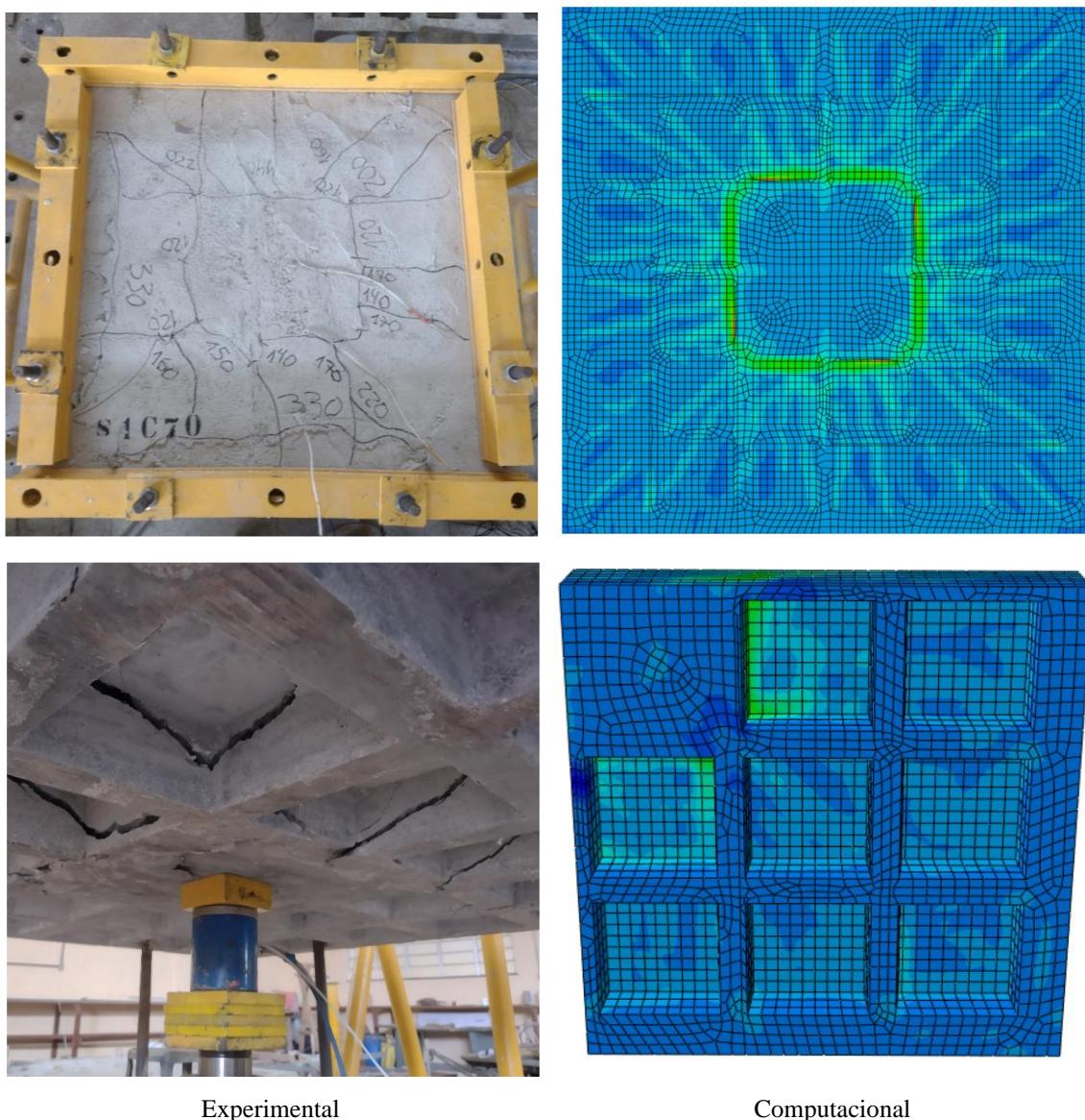


Figura 8.92 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S2C70)

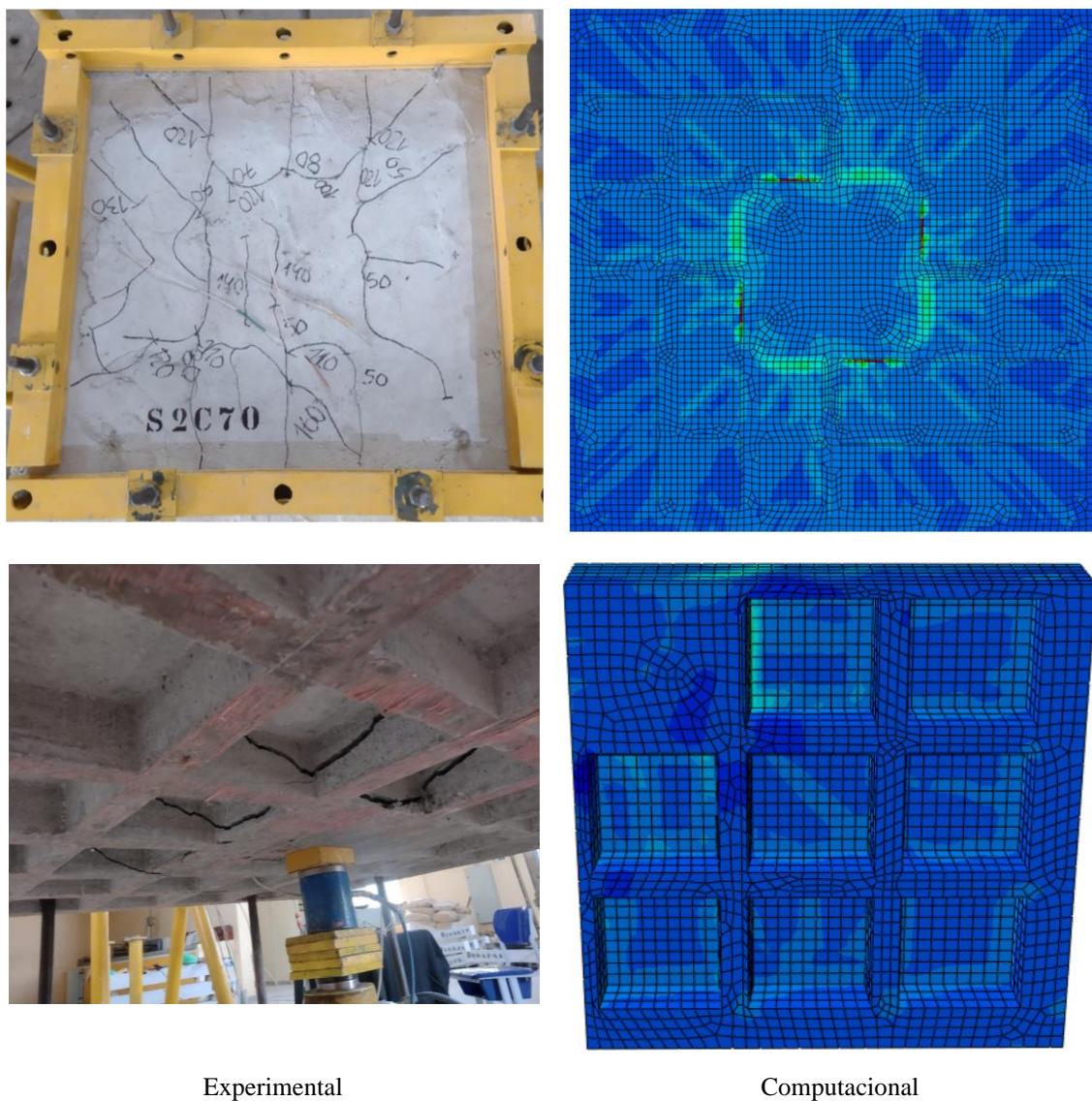
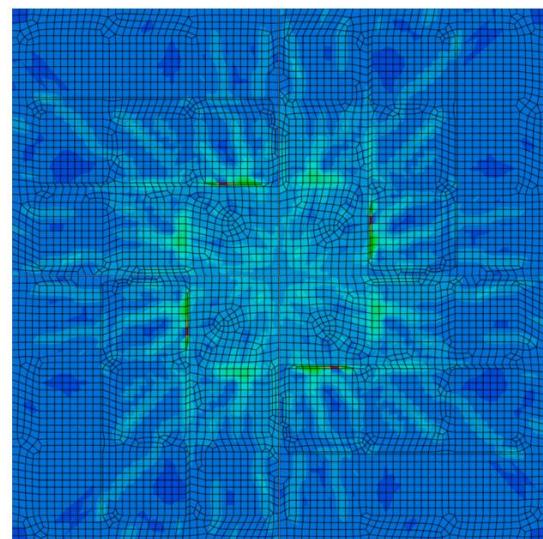
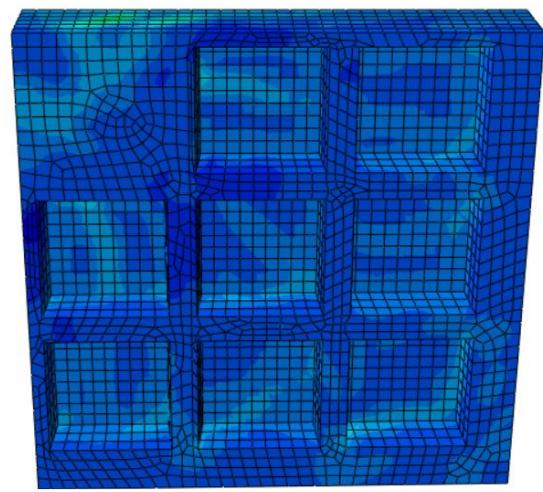


Figura 8.93 – Mapa de fissuração da laje *versus* panorama de fissuração do modelo (S3C70)



Experimental



Computacional

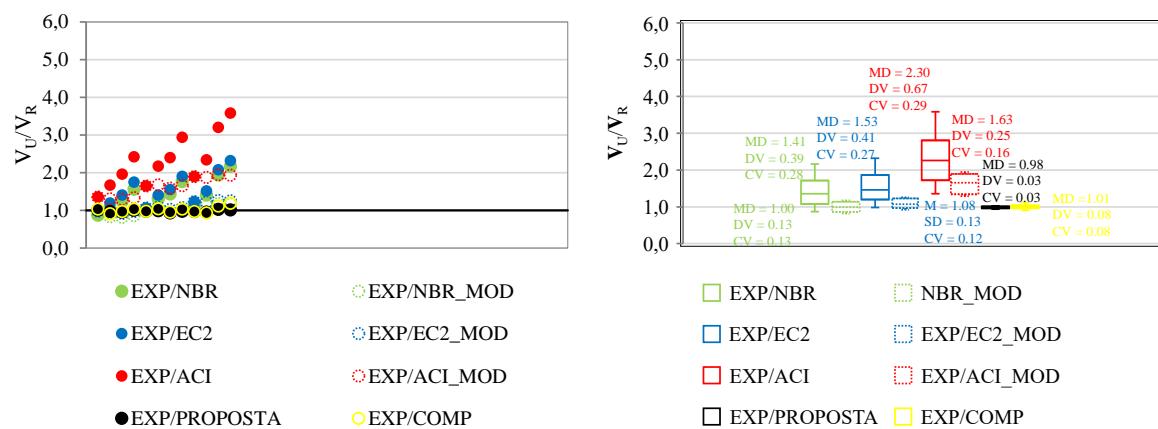
8.4. Cargas últimas experimentais x computacionais x normativas x proposta

A Tabela 8.14 e Figura 8.94 apresenta os resultados das cargas últimas obtidos experimentalmente, computacionalmente e analiticamente. Fazendo uma comparação entre eles, pode-se observar que a equação proposta por esse trabalho obteve o melhor resultado, apresentando CV 3%, seguido pelo modelo computacional com CV de 8%. Todos os códigos normativos analisados subestimaram a resistência última das lajes, tornando suas estimativas conservadoras. As normas adaptadas apresentaram uma melhora significativa, reduzindo o CV em pelo menos 50%.

Tabela 8.14 – Comparação entre as cargas últimas experimentais, computacionais, normativas e proposta

Laje	V_{EXP} (kN)	V_{EXP}/V_{COMP}	V_{EXP}/V_{NBR}	V_{EXP}/V_{NBR_MOD}	V_{EXP}/V_{EC2}	V_{EXP}/V_{EC2_MOD}	V_{EXP}/V_{ACI}	V_{EXP}/V_{ACI_MOD}	$V_{EXP}/V_{PROPOSTA}$
S1C0	126.50	1.04	0.87	0.87	0.98	0.98	1.35	1.35	1.02
S1C40	150.82	0.91	1.06	0.83	1.19	0.93	1.67	1.31	0.97
S1C55	177.66	0.97	1.25	0.82	1.40	0.92	1.96	1.29	0.96
S1C70	226.38	1.03	1.56	0.86	1.75	0.97	2.42	1.34	1.00
S2C0	150.04	0.98	0.99	0.99	1.07	1.07	1.65	1.65	0.97
S2C40	198.00	1.04	1.31	1.01	1.41	1.09	2.17	1.68	0.99
S2C55	215.21	0.96	1.44	0.95	1.55	1.03	2.40	1.59	0.93
S2C70	266.86	1.03	1.77	1.00	1.90	1.07	2.94	1.66	0.98
S3C0	170.24	0.97	1.14	1.14	1.23	1.23	1.90	1.90	0.97
S3C40	208.56	0.93	1.41	1.13	1.52	1.21	2.34	1.88	0.96
S3C55	315.04	1.12	1.94	1.18	2.08	1.26	3.21	1.95	1.03
S3C70	347.16	1.19	2.17	1.17	2.32	1.25	3.58	1.93	1.02
MD	1.01	1.41	1.00	1.53	1.08	2.30	1.63	0.98	
DV	0.08	0.39	0.13	0.41	0.13	0.67	0.25	0.03	
CV	0.08	0.28	0.13	0.27	0.12	0.29	0.16	0.03	

Figura 8.94 – Comparação da dispersão das estimativas computacionais, normativas e proposta



9. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo sobre lajes lisas nervuradas de concreto armado, submetidas a carregamento centrado. As variáveis estudadas foram a espessura da capa de concreto e a taxa de armadura de flexão. Doze lajes foram fabricadas e testadas em laboratório até a ruptura.

Os resultados experimentais mostraram que ao se aumentar a espessura da capa e a taxa de armadura de flexão, as lajes tiveram um aumento progressivo de rigidez e resistência última. As cargas de ruptura foram maiores em lajes com maiores espessuras e maiores taxas. Por outro lado, ao se analisar os resultados experimentais em termos de ganho de carga, observou-se que para as lajes do grupo de menor taxa e taxa intermediária (S1 e S2) os ganhos de cargas foram semelhantes, inclusive para a laje S3C40 do grupo de maior taxa.

É interessante observar que as lajes com maiores capas têm um desempenho significativamente melhor com taxas de armaduras mais elevadas (S3C55 e S3C70). De fato, as armaduras desempenham uma função extremamente importantes no aumento da rigidez e retardamento do surgimento de fissuras.

Foi observado também que os ganhos máximos de cargas devido a variação da taxa de armadura (S3C55- S1C55 = 77,33 %) foram inferiores aos ganhos máximos obtidos com a variação da capa (S3C70- S3C0= 103,92 %). Nesse sentido, analisando separadamente, seria mais vantagem aumentar a capa da laje ao invés da taxa de armadura, porém, os resultados experimentais também mostraram que as lajes que tiveram os melhores ganhos são as que possuem maiores capas associadas a maior taxa (S3C55 e S3C70).

Os modelos computacionais desenvolvidos também apresentaram resultados semelhantes aos experimentais, apresentando um CV de 8% para cargas últimas experimentais, mostrando serem uma excelente ferramenta para estudos futuros em uma análise paramétrica ou até mesmo para extração de resultados de algum ponto das lajes que não foram monitorados durante os ensaios experimentais.

Os resultados do banco de dados mostraram que as normas NBR 6118, ACI e EC2 subestimaram a resistência última das lajes, apresentando valores demasiadamente conservadores para o CV de 42 %, 38 % e 25 %, respectivamente. Isso já era esperado, uma vez que as normas não levam em consideração a capa no dimensionamento ao cisalhamento das lajes nervuradas. Foi por esse motivo que se criou a laje sem capa, para comprovar esse fato.

Nesse sentido, as modificações que foram feitas nessas equações melhoraram as estimativas normativas em pelo menos 100%, reduzindo o CV do banco de dados em 50%. Sendo, a equação modificada da EC2 a mais precisa, apresentando um CV de 11%. As demais normas modificadas, como NBR 6118 e ACI apresentaram um CV de 18 % e 17 %, respectivamente. Através da equação proposta neste trabalho, para o dimensionamento ao cisalhamento de lajes nervuradas, foi possível obter um CV de 12%.

Essas conclusões limitam-se exclusivamente às análises feitas nesse trabalho. Mais pesquisas na área são necessárias para que se possa melhor validar e ampliar o conhecimento no assunto.

10.SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões de estudos futuros envolvendo o comportamento das lajes lisas nervuradas de concreto armado na região de momento negativo são apresentadas a seguir:

- Investigar a contribuição da armadura de distribuição na resistência última das nervuras;
- Analisar a influência da taxa para armaduras distribuídas na capa da laje, ou seja, fora da projeção das nervuras;
- Variar a espessura da capa e da taxa de armadura de flexão para diferentes escalas, a fim de investigar a influência desses parâmetros no efeito de tamanho das peças (*size effect*).

REFERÊNCIAS

Abaqus, V. 6.14 documentation. Dassault Systemes Simulia Corporation, v. 651, 2014.

Ajdukiewicz, A. B.; Kliszczewicz, A. T. (1986). **Experimental Analysis of Limit States in a Six-Panel Waffle Flat Plate Structure.** American Concrete Institute Journal, Technical Paper, Title nº 83-78.

Al-Bayati, A. F.; Lau, T. L.; Clark, L. A (2015). **Concentric punching shear of waffle slab.** ACI Structural Journal, v. 112, n. 5, p. 533, 2015.

Albuquerque, N. G. B. (2009). **Análise experimental de lajes lisas nervuradas de concreto armado com região maciça de geometria variável ao punctionamento.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia.

American Concrete Institute. **ACI 318** (2014). ACI Committee 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete, Farmington Hills, Michigan, 2014.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5739 (2007) - **Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos,** Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118. (2014). **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento,** Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6892. (2013). **Materiais metálicos — Ensaio de Tração Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente,** Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7222. (2011) **Argamassa e concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos,** Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8522 (2008) – **Concreto - Determinação do módulo de elasticidade à compressão,** Rio de Janeiro.

Birtel, V.; Mark, P. (2006). **Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure**, presented at Abaqus Users' Conference, 2006.

Bono, G. F. F. (2008). **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**.

Branco, V. H. L. (2011). **Resistência ao cisalhamento de vigas “T” de concreto armado: Verificação das longarinas da ponte sobre o rio Sororó**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia.

CEB-FIP (1990). **Model Code 1990**: Final Draft. Bulletin D'Information, n° 203-205, CEB, Lausanne, July 1991.

CEB-FIP (2010). **Model Code 2010**: Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011.

Collins, M. P. (2001). **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.

Ćurčin, A. S.; Džolev, I.; Šešlija, M.; Nadaški, D. (2018). **Nonlinear Static Analysis of Rc Wall Using Abaqus Program. Scientific Conference**. Novi Sad, 21-23 November, 2018.

Dias, R. H. (2003). **Análise Numérica de Pavimentos de Edifícios em Lajes Nervuradas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos.

Eurocode 2. (2004). **Design of Concrete Structures**, Part 1, General rules and rules for buildings, Brussels, Belgium.

Genikomsou, A. S.; Polak, M. A. (2015). **Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in Abaqus**. Engineering Structures, Elsevier, V. 98, p. 38–48, 2015.

Genikomsou, A. S.; Polak, M. A. (2016). **Finite-element analysis of reinforced concrete slabs with punching shear reinforcement**. Journal of Structural Engineering, v. 142, n. 12, p. 04016129, 2016.

Halpern, A. B.; Billington, D.P.; Adriaenssens, S. (2013). **The ribbed floor slab systems of pier Luigi Nervi**. 54. 127-136. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS).

Huijben, F. (2016). **Vacuumatic formwork: a novel granular manufacturing technique for producing topology-optimised structures in concrete**. Granular Matter. doi:10.1007/s10035-015-0602-0.

Jankowiak, T.; Lodygowski, T. (2005). **Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model**. Foundations of civil and environmental engineering, v. 6, n. 1, p. 53–69, 2005.

Kadhim, M.M.A.; Saleh, A. R.; Cunningham, L. S.; Semendary, A. A. (2021). Numerical investigation of non-shear-reinforced UHPC hybrid flat slabs subject to punching shear. **Engineering Structures**, v. 241, 112444, 2021.

Kmiecik, P. A.; Kamiński, M. (2011). **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration**. Archives of civil and mechanical engineering, v. 11, n. 3, p. 623-636, 2011.

Kani, G. N. J. (1966). **Basic facts concerning shear failure**. In: Journal Proceedings. 1966. p. 675-692.

Labibzadeh, M. (2015). **The numerical simulations of the strengthened RC slabs with CFRPs using standard CDP material model of Abaqus code**. European Journal of Environmental and Civil Engineering, v. 19, n. 10, p. 1268-1287, 2015.

Labibzadeh, M.; Zakeri, M.; Abdol, A. S. (2017). **A new method for CDP input parameter identification of the Abaqus software guaranteeing uniqueness and precision.** International Journal of Structural Integrity, v. 8, n. 2, p. 264-284, 2017.

Lee, J.; Fenves, G. L. (1998). **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures.** Journal of engineering mechanics, American Society of Civil Engineers, V. 124, n. 8, p. 892–900.

Lee, S. H., Abolmaali, A.; Shin, K. J.; Lee, H. D. (2020). **Abaqus modeling for post-tensioned reinforced concrete beams.** *Journal of Building Engineering*, 30, 101273.

Lúcio, V. J. G. (1991). **Waffle slab structure under vertical and horizontal loading.** Ph.D. thesis—Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.

Lubliner, J.; Oliver, J.; Oller, S.; Oñate, E. (1989). **A plastic-damage model for concrete.** International Journal of solids and structures. Elsevier, V. 25, Nº 3, pp. 299–326. doi:10.1016/0020-7683(89)90050-4.

Malm, R. (2006). **Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses.** Tese (Doutorado) — Thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, 2006.

Malm, R. (2009). **Predicting shear type crack initiation and growth in concrete with non-linear finite element method.** Tese (Doutorado) — Thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, 2009.

Michał, S.; Andrzej, W. (2015). **Calibration of the cdp model parameters in Abaqus.** In: The 2015 World Congress on Advanced in Structural Engineering and Mechanics. [S.l.: s.n.], 2015.

Milligan, G. J.; Polak, M. A.; Zurell, C. (2020). Finite element analysis of punching shear behaviour of concrete slabs supported on rectangular columns. **Engineering Structures**, v. 224, 111189, 2020.

Milligan, G. J.; Polak, M. A.; Zurell, C. (2022). Finite element analysis of punching shear behavior of reinforced concrete slabs supported on walls. **Structural Concrete**, v. 23, p. 1118-1133, 2022.

Mahmud, G. H.; Yang, Z.; Hassan, A. M. (2013). **Experimental and numerical studies of size effects of ultra high performance steel fibre reinforced concrete (uhpfrc) beams**. Construction and Building Materials, Elsevier, v. 48, p. 1027–1034, 2013.

Moraes Neto, B. N. (2013). **Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico**. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Navarro, M.; Ivorra, S.; Varona, F. B. (2018). **Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs**. Engineering Structures, v. 165, p. 254-263, 2018.

Oliveira, D. R. C. (2003). **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Doutorado, Brasília.

Pavlović, M.; Marković, Z.; Veljković, M.; Buđevac, D. (2013). **Bolted shear connectors vs. headed studs behaviour in push-out tests**. *Journal of Constructional Steel Research*, 88, 134-149.

Petrauski, M. C. (2016). **Simulação numérica do comportamento de vigas mistas de aço e concreto com conectores Crestbond**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Viçosa, 244p, 2016.

Pinto, V. C.; Branco, V.; Oliveira, D. R. C. (2019). **Punching in two-way RC flat slabs with openings and L section columns**. Engineering Computations, v. 36, n. 7, p. 2430-2444, 2019.

Pfannkuche, H. C. (1954). **Corrugated box forms for concrete ribbed-slab construction**. Presented at the ACI Southwest Regional Meeting, Houston, Texas, October, 29, 1953.

Qingfu, L.; Wei, G.; Yihang, K. (2020). **Parameter calculation and verification of concrete plastic damage model of Abaqus**. In: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing, 2020. p. 012036.

Rewers, I. (2019). **Numerical analysis of RC beam with high strength steel reinforcement using CDP model**. In: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing, 2019. p. 022025.

Santos, C. F. R.; Alvarenga, R. C. S. S.; Ribeiro, J. C. L., Castro, L. O.; Silva, R. M.; Santos, A. A. R.; Nalon, G. H. (2017). **Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 10, 477-508.

Soares, Y. V. (2004). **Análise experimental de lajes cogumelo nervuradas de concreto armado com pilares metálicos**. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Fevereiro.

Souza, S. S. M.; Oliveira, D. R. C. (2011), **Reinforced Concrete Waffle Flat Slabs under Shearing**, IBRACON Structures and Materials Journal, V. 4, No. 4, 2011, pp. 610-625.

Souza, W. M., Caetano, T. R. G., Ferreira, M. P.; Oliveira, D. R. C. (2014). **Shear strength of reinforced concrete one-way ribbed slabs**. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 7, 648-684.

Souza, S.; Shehata, I.; Shehata, L. (2015). **Shear resistance of reinforced concrete waffle flat slabs around the solid panel**. Materials and Structures. 1-14. 10.1617/s11527-015-0582-x.

Sümer, Y.; Aktaş, M. (2015). **Defining parameters for concrete damage plasticity model**. Challenge Journal of Structural Mechanics, v. 1, n. 3, p. 149-155, 2015.

Slobbe, A. T.; Hendriks, M. A. N.; Rots, J. G (2012). **Sequentially linear analysis of shear critical reinforced concrete beams without shear reinforcement**. Finite Elements in Analysis and Design, v. 50, p. 108-124, 2012.

Tran, D. T.; Pham, T. M.; Hao, H.; Chen, W. (2021). Numerical investigation of flexural behaviours of precast segmental concrete beams internally post-tensioned with unbonded FRP tendons under monotonic loading. *Engineering Structures*, 249, 113341.

Valivonis, J.; Skuturna, T.; Daugevičius, M.; Šneideris, A. (2017). **Punching shear strength of reinforced concrete slabs with plastic void formers**. *Construction and Building Materials*, v. 145, p. 518–527, ago. 2017.

Wang, T.; Hsu, T. T. C (2001). **Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models**. *Computers & structures*, v. 79, n. 32, p. 2781-2791, 2001.

Zheng, B.; Zheng, W.; Cao, B.; Zhang, Y. (2023). Nonlinear finite element analysis of non-symmetrical punching shear of rectangular flat slabs supported on square columns. *Engineering Structures*, v. 277, 115451, 2023.

Wight, J.K.; MacGregor, J.G. (2009). **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. Fifth Edition, New Jersey: Prentice Hall.

Zhang, J.; Li, J. (2012). **Investigation into lubliner yield criterion of concrete for 3d simulation**. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 44, p. 122–127, 2012.